

ROSA CORBERÁN

EL ÁREA

RECURSOS DIDÁCTICOS PARA SU
ENSEÑANZA EN PRIMARIA

SOBRE EL TRABAJO

El objeto de esta página es el de proporcionar a los maestros información diversa sobre el proceso de enseñanza y aprendizaje del concepto de área de superficies planas, con el fin, tanto de facilitarles su tarea de enseñanza como de mejorar el aprendizaje de sus alumnos de este concepto.

El contenido que aquí se muestra, referido a la observación de procesos de aprendizaje y al análisis, diseño y desarrollo curricular en área, es parte de los resultados del trabajo realizado por la autora de la página y recogido en Corberán (1996), y del estudio realizado en medida, en concreto en área, enmarcado en el proyecto "Procesos de transferencia de resultados de investigación al aula: El caso del bajo rendimiento escolar en matemáticas", Dra. Olimpia Figueras Mourut de Montpellier del Departamento de Matemática Educativa del Centro de Investigación de Estudios Avanzados del IPN Unidad Distrito Federal (CINVESTAV). El trabajo desarrollado en este proyecto, ha consistido en:

1. El estudio del currículum mexicano de matemáticas de primaria;
2. El diseño, administración y análisis de un test de geometría;
3. El análisis de algunos tests del Sistema Nacional de Evaluación Educativa (SPP);
4. El diseño, administración y análisis de un test sobre el área. Todo ello con objeto de recabar información sobre la enseñanza de la geometría y en concreto del área, en la escuela primaria de México.

SUGERENCIAS PARA LA ENSEÑANZA

De los resultados de las distintas investigaciones consultadas y de los obtenidos en nuestra investigación, se constata que en la mayoría de las ocasiones, la enseñanza del área se limita al estudio de las fórmulas para su cálculo. Este hecho pone de manifiesto la gran pobreza con la que es tratada habitualmente el área en la enseñanza por los profesores y los libros de texto, que contrasta con la riqueza de este concepto, y además justifica el elevado grado de incomprensión que de él poseen los estudiantes, ya que comprender el área como producto de dos dimensiones lineales, requiere de una madurez mental y una formación matemática específica que no poseen los estudiantes cuando las fórmulas les son presentadas.

El trabajo desarrollado permite sugerir los pasos que pensamos se deben seguir en un proceso de enseñanza del área en primaria, que posibilitara al alumno un aprendizaje significativo de este concepto:

- Introducir el concepto de área considerando las aplicaciones de este concepto, especialmente las que están presentes en el mundo real en el que viven los alumnos antes que en el de las matemáticas.
- Abordar en primer lugar el tratamiento cualitativo del área.
- Iniciar el tratamiento cuantitativo a partir de:
 - Procedimientos basados en:
 1. La iteración de la unidad -primero el alumno iterará la unidad física, y posteriormente una representación de ella.
 2. La descomposición de la superficie en partes iguales.
 - La estimación del área de una superficie no poligonal, utilizando aproximaciones desde el interior y/o exterior de ésta.
 - La utilización de la fórmula para el cálculo del área del rectángulo, y para el cálculo del área del cuadrado, triángulo, y paralelogramo, deducidas a partir de la primera. Esto nunca antes de que los alumnos estén familiarizados con el área como número de unidades que recubren exactamente la superficie.
- Familiarizar, en una primera etapa, a los niños con el área como cantidad de plano ocupado por la superficie, a partir de tareas de comparación de áreas de superficies, mediante procedimientos geométricos.
- Estudiar la conservación del área de una superficie.
- Trabajar tanto, desde el tratamiento cualitativo como cuantitativo, la disociación del área de una superficie de su forma y del número que la mide.
- Estudiar las propiedades y características de las unidades de medida.

- No abandonar los procedimientos geométricos durante el estudio de los procedimientos numéricos, sino por el contrario utilizarlos para simplificar las situaciones numéricas complejas, con el fin de determinar la medida del área de la forma más sencilla posible.
- Estudiar de forma continuada e insistentemente la independencia entre el área y el perímetro de una superficie, especialmente a partir del análisis de la variación y/o conservación de estas dos propiedades cuando la superficie es sometida a determinadas transformaciones, planteadas tanto en un contexto geométrico como numérico.

SOBRE LA AUTORA

La autora de la página es Rosa M^a Corberán Salvador.

Licenciada y Doctora en Matemáticas por la Universidad de Valencia, España.

Es profesora de matemáticas en el nivel de secundaria, y desempeña su trabajo en la actualidad en un Instituto Público de la ciudad de Valencia.

Ha colaborado en algunas ocasiones con el Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Valencia.

DOMINIOS DEL CONOCIMIENTO

1. MANIFESTACIONES DEL ÁREA

1.1 EL ÁREA COMO CANTIDAD DE PLANO OCUPADO POR LA SUPERFICIE

La manifestación del área como cantidad de plano ocupado por la superficie es la primera con la que los niños deben estar familiarizados.

Se trabajará realizando tareas de comparación de áreas de superficies, mediante el uso de procedimientos de naturaleza geométrica, donde el número está ausente de cualquier razonamiento.

1.2 EL ÁREA COMO MAGNITUD AUTÓNOMA

Por área como magnitud autónoma entendemos el área disociada de la forma de la superficie y del número que la mide.

La disociación del área de la forma de la superficie ayuda a disociar el área del perímetro. La confusión entre el área y el perímetro es una de las más habituales y más arraigada entre los estudiantes, que les lleva a cometer frecuentes errores.

Se trabajará realizando tareas de comparación de áreas de superficies, de modo que se observe que superficies de forma diferente pueden tener igual área, mediante el uso, tanto, de procedimientos de naturaleza geométrica como de naturaleza numérica.

La disociación del área del número que la mide es clave en la comprensión del papel que juega la unidad de medida, y en consecuencia en la comprensión del proceso de medida.

Se trabajará realizando tareas de medida del área de una misma superficie, con el uso de diferentes unidades de medida.

1.3 EL ÁREA COMO NÚMERO DE UNIDADES QUE RECUBREN LA SUPERFICIE

Para que el alumno entienda el área como número de unidades que recubren la superficie, es necesario que éste comprenda el papel que juega la unidad de medida en el cálculo de áreas.

Estudiar esta manifestación del área, ayudará a los alumnos a enfrentarse significativamente al estudio del área como resultante del producto entre magnitudes lineales.

Se trabajará realizando tareas de medición basadas en la comparación de las áreas de dos superficies, una, la superficie cuya área se desea medir y la otra, la considerada como unidad, utilizando procedimientos de carácter numérico con uso de una unidad de medida bidimensional. De este modo la medida del área vendrá dada por el número procedente de un recuento o conteo del número de unidades o fracción de ésta que recubren exactamente la superficie.

1.4 EL ÁREA COMO PRODUCTO DE DOS DIMENSIONES LINEALES

Antes de abordar el estudio del área como producto de dos dimensiones lineales, es conveniente tener presente que a pesar de ser este el enfoque del área más universalmente enseñado a los alumnos, paradójicamente es el que posee las más altas cotas de incomprensión. Debemos ser conscientes del nivel de abstracción y de formalización que requiere la medición de un área mediante cálculos a partir de las dimensiones lineales y de ahí la dificultad de comprensión por parte de los alumnos de las fórmulas para el cálculo del área de algunas superficies.

Se trabajará realizando tareas de cálculo de áreas de superficies poligonales que puedan ser descompuestas en rectángulos y/o triángulos, utilizando para ello la fórmula para el cálculo del área de estos polígonos.

2. PROCEDIMIENTOS PARA COMPARAR Y MEDIR ÁREAS

2.1 PROCEDIMIENTOS DE CARÁCTER GEOMÉTRICO

Los procedimientos de naturaleza geométrica son aquellos que utilizan métodos puramente geométricos donde el número está ausente de cualquier razonamiento. El objetivo no es cuantificar el área sino comparar áreas de superficies para establecer entre ellas relaciones de igualdad o inclusión, pudiendo en determinadas situaciones concretar el tipo de relación, como por ejemplo: que un área es el triple de la otra. Este tipo de estudio conduce a un tratamiento cualitativo del área .

Los procedimientos geométricos facilitan la comprensión de la conservación del área de una superficie, que juega un papel esencial en el aprendizaje significativo del área, y colaboran en la disociación del área de la forma y del perímetro de la superficie, y de ese modo se trabaja el área como magnitud autónoma y se trabaja evitar la confusión entre el área y el perímetro.

Algunos procedimientos geométricos: estimación; superposición; recorte y pegado; descomposición conveniente de la superficie; reconfiguración por complementariedad de formas de las partes en la que se ha dividido la superficie; descomposición conveniente de la superficie con posterior reconfiguración por complementariedad de formas.

2.2 PROCEDIMIENTOS DE CARÁCTER NUMÉRICO UTILIZANDO UNA UNIDAD DE MEDIDA BIDIMENSIONAL

Los procedimientos de naturaleza numérica tiene por objeto cuantificar el área, bien sea para comparar áreas de superficies o bien para determinar la medida del área de una superficie. El uso de este tipo de procedimientos conduce a un tratamiento cuantitativo del área.

Los procedimientos de esta naturaleza requieren previamente a su utilización de la elección de una unidad de medida. Es esencial considerar el carácter bidimensional o unidimensional de la unidad de medida requerida, para determinar el momento y orden en el que hay que presentárselos a los alumnos. Los alumnos deberán familiarizarse en primer lugar con los procedimientos numéricos que utilizan una unidad de carácter bidimensional.

Procedimientos numéricos que requieren una unidad de medida bidimensional : i) Iteración de una unidad de medida; ii) Descomposición de la superficie en partes iguales; iii) Aproximaciones sucesivas desde el interior y el exterior de la superficie.

El número resulta de una operación aditiva, que procede del recuento de unidades o fracción de ésta que recubre exactamente la superficie.

2.3 PROCEDIMIENTOS DE CARÁCTER NUMÉRICO UTILIZANDO UNA UNIDAD DE MEDIDA UNIDIMENSIONAL

Los procedimientos de naturaleza numérica tiene por objeto cuantificar el área, bien sea para comparar áreas de superficies o bien para determinar la medida del área de una superficie. El uso de este tipo de procedimientos conduce a un tratamiento cuantitativo del área.

Los procedimientos de esta naturaleza requieren previamente a su utilización de la elección de una unidad de medida. Es esencial considerar el carácter bidimensional o unidimensional de la unidad de medida requerida, para determinar el momento y orden en el que hay que presentárselos a los alumnos. Los alumnos deberán familiarizarse en primer lugar con los procedimientos numéricos que utilizan una unidad de carácter bidimensional.

Procedimientos numéricos que requieren una unidad de medida unidimensional : uso de fórmulas

El número resulta de una operación multiplicativa, que resulta del producto de dos unidades unidimensionales.

3. UNIDAD DE MEDIDA

3.1 LA UNIDAD DE MEDIDA PUEDE SER DIVIDIDA EN PARTES

La medición es un proceso por medio del cual se asigna un número al área, como resultado de la comparación de la superficie con otra considerada como unidad. Por ello es esencial para una adecuada comprensión de la medida del área, que se posea una buena comprensión del concepto de unidad de medida. Para ello, se deberá proporcionar al niño las situaciones y problemas necesarios para que éste conozca y comprenda las propiedades y características de las unidades de medida, que son las que aquí se muestran.

La unidad de medida puede ser dividida en partes para facilitar la medida de una cantidad. Esta propiedad pone de manifiesto el carácter de no discretitud de la unidad de medida. Esta propiedad la posee, tanto, la unidad de medida lineal, como la bidimensional.

Se trabajará realizando tareas, en las que el niño para calcular el área de una superficie, se vea en la necesidad de fraccionar la unidad de medida con la que está recubriendo la superficie. Ello le permitirá estimar o determinar, mediante una fracción de la unidad de medida, aquellos espacios en los que la unidad de medida entera no cabe.

3.2 RELACIÓN INVERSA ENTRE EL TAMAÑO DE LA UNIDAD Y EL NÚMERO DE UNIDADES QUE RECUBREN LA SUPERFICIE

Existe una relación inversa entre el tamaño de la unidad y el número de unidades que recubren la superficie. La comprensión de esta propiedad por parte del alumno le permitirá admitir que la medida del área de una superficie puede tener asociada diferentes números procedentes de la medida realizada con unidades de medida distintas. De este modo se trabaja la disociación del área del número que la mide, y en consecuencia el área como magnitud autónoma.

Se trabajará realizando tareas de medida del área de una misma superficie, con el uso de diferentes unidades de medida entre las que se pueda establecer una relación, de modo que el alumno, compruebe que a mayor tamaño de la unidad de medida, menor es el número asociado a la medida del área, y viceversa.

3.3 LA UNIDAD DE MEDIDA DEBE RECUBRIR EXACTAMENTE LA SUPERFICIE

Es esencial que el alumno comprenda que la unidad debe recubrir exactamente la superficie. Esta propiedad determina las características que debe poseer una buena unidad de medida: debe ser fácilmente reproducible, fácilmente divisible y no debe dejar huecos en el momento de recubrir la superficie con unidades o sus fracciones. Estas condiciones deben conducir a una elección racional del cuadrado como la unidad de área bidimensional más "conveniente". Esta propiedad se refiere sólo a unidades de medida bidimensional.

Se trabajará realizando tareas de medida del área de una misma superficie, con el uso de diferentes unidades de medida, de modo que el alumno pueda valorar con cual de ellas le ha resultado más fácil, dificultoso e incluso imposible realizar el recubrimiento de la superficie.

4. ÁREA Y PERÍMETRO

4.1 "RELACIÓN" ENTRE EL ÁREA EL PERÍMETRO

Está constatado que una de las confusiones más frecuentes entre los estudiantes y más difícil de erradicar es la falsa relación que éstos establecen entre el área y el perímetro de una superficie. Esta errónea ligazón entre el área y el perímetro les conduce en numerosas ocasiones a emitir conclusiones falsas. Por lo tanto, es imprescindible, desde el inicio de la enseñanza del área, familiarizar a los alumnos con situaciones diversas en las que deban estudiar el área y el perímetro de las superficies dadas.

Se trabajará realizando tareas en las que:

1. Superficies de igual área, posean diferente perímetro.
2. Superficies de igual perímetro, posean diferente área.
3. Se observe que determinadas transformaciones de las superficies conservan el perímetro y no el área, otras conservan el área y no el perímetro, y otras modifican tanto el área como el perímetro.

ERRORES Y DIFICULTADES

En esta sección se comentan algunos de los errores más frecuentes que comenten los alumnos y las dificultades más habituales que poseen éstos, en el aprendizaje del concepto de área, y se dan algunas pautas de cómo actuar frente a éstas, que incluye una propuesta concreta de actividades.

CONFUSIÓN ENTRE EL ÁREA Y EL PERÍMETRO

Hemos podido constatar que a nivel conceptual la gran mayoría de los alumnos diferencia el área y el perímetro de una figura poligonal, y que, la confusión entre ambos conceptos comienza cuando se enseña el cálculo del área y del perímetro de una superficie mediante el uso de fórmulas, y se manifiesta como un error computacional, en los cálculos erróneos que realizan para determinar la medida del área y del perímetro de una superficie.

Preguntados los alumnos sobre el área y el perímetro de una figura poligonal dada, la gran mayoría de éstos describieron perfectamente, el área como la cantidad de plano ocupado por la superficie, y el perímetro como el "borde" de la figura.

Sin embargo, pudimos constatar que, alumnos que entendían lo que era el área y el perímetro de una superficie:

- Calcularon erróneamente el área de un rectángulo, triángulo y paralelogramo, ya que lo hicieron como si se tratara de un perímetro, sumando las longitudes de los lados.
- Calcularon erróneamente la longitud del lado de un cuadrado, dada la medida de su área, al considerar ésta última como una medida de perímetro, dividiendo la medida dada entre cuatro.

Luego, en este caso, el error cometido denota una confusión operacional, y no una confusión conceptual.

Por otro lado, también constatamos que, alumnos que no sabían lo que era el área y el perímetro de una superficie, habían calculado correctamente la medida del área de las distintas superficies poligonales.

Luego en este caso el cálculo correcto, les permite salir airoso de la situación planteada, pero enmascara una confusión conceptual.

Todo ello nos debe hacer reflexionar sobre:

- El valor que debemos dar a los cálculos, tanto correctos como erróneos, como fuentes suministradoras de información sobre lo que los alumnos comprenden o no.
- La falta de comprensión por parte de los alumnos del carácter bidimensional que posee las fórmulas para el cálculo del área, que se obtiene como producto de dos dimensiones unidimensionales, frente al carácter unidimensional del perímetro, que se obtiene como suma de dimensiones unidimensionales.
- El tipo de ejercicios que debemos presentar a los alumnos, con el fin de que el cálculo de áreas y perímetros de superficies no se limite a la aplicación rutinaria de unas fórmulas.

Con el fin de evitar estos errores, se debe:

- Trabajar la manifestación del área como producto de dos dimensiones lineales, la última, y siempre después de haber trabajado con profundidad, las otras manifestaciones del área: como cantidad de plano ocupado por la superficie, como magnitud autónoma y como número de unidades que recubren la superficie.

- Reducir, en primaria, el cálculo del área de superficies mediante el uso de fórmulas, y limitar ésta al cálculo del área de un rectángulo, y a partir de ella determinar la de un cuadrado, triángulo y paralelogramo, ayudándose de procedimientos geométricos.
- Trabajar simultáneamente , el estudio del área y del perímetro de una misma superficie o varias. Así como también, del volumen.

FALSA RELACIÓN ENTRE EL ÁREA Y EL PERÍMETRO

Existe un elevado número de alumnos, incluso de elevada formación matemática, que creen que la modificación que sufre el área de una superficie, cuando a ésta se le somete a una determinada transformación, es la misma que experimenta el perímetro, y viceversa.

Por ejemplo, cuando a los alumnos se les pidió que dibujaran un rectángulo de igual perímetro que uno dado (de dimensiones 6cm y 4cm), pero con un área menor, un elevado número de éstos respondieron que era imposible la modificación pedida, ya que si debía tener el mismo perímetro, el área debería ser también la misma.

También cuando se les pidió que modificaran un rombo, de modo que se obtuviera una nueva superficie de menor área y con perímetro mayor, bastantes alumnos respondieron que era imposible porque si el área debía ser menor también lo sería el perímetro y viceversa.

Esta "falsa" relación entre el área y el perímetro , que se ha constatado que está muy arraigada en los alumnos, pone de manifiesto que éstos piensan en el área y en el perímetro como en dos propiedades de la superficie íntimamente ligadas, concepción errónea que les impide ver el área como una propiedad de la superficie independiente del perímetro, que les dificulta e incluso imposibilita realizar transformaciones de superficies bajo determinadas condiciones.

Para evitar esta falsa creencia en los alumnos es necesario trabajar desde el inicio de la enseñanza de este concepto, tareas en las que se someta a las superficies a determinadas transformaciones y en las que se estudie la variación que experimenta el área y el perímetro de ésta. Tareas como las propuestas en la sección área-perímetro.

LAS FÓRMULAS PARA EL CÁLCULO DE ÁREAS: ERRORES Y DIFICULTADES

El tratamiento habitual que recibe el área en la enseñanza, se suele limitar en el nivel de primaria y secundaria al estudio de las fórmulas para el cálculo de áreas, y en secundaria post-obligatoria (bachilleratos) al estudio de la Integral de Riemann, como método de cálculo.

Se ha constatado que para una mayoría de alumnos de primaria el área se reduce a la expresión "longitud x anchura" y a una fórmula para determinar el área del círculo.

Este tipo de enseñanza conduce a los alumnos ha desarrollar una pobre concepción numérica del área, asociando ésta a un fórmula de cálculo. Esta extrema pobreza de su instrucción contrasta con su rico contexto en la naturaleza, la cultura y la sociedad.

Algunos investigadores advierten que limitar la enseñanza del área a las fórmulas para su cálculo, se convierte para los alumnos en un obstáculo para comprender el área como número de unidades que recubren la superficie y para desarrollar el área como una propiedad que se conserva por recorte y pegado.

También se ha observado, que con la enseñanza de las fórmulas se origina un empobrecimiento en los alumnos, en tanto que éstos abandonan otras técnicas de medida que utilizan con éxito hasta ese momento, antes de que hayan podido comprender las fórmulas.

Por otro lado, es paradójico, que a pesar de ser este enfoque del área el más universalmente enseñado a los alumnos, se haya constatado en diversas investigaciones, que es el que posee las más altas cotas de incompreensión por parte de los alumnos.

Son frecuentes los errores cometidos por los alumnos al utilizar las fórmulas. Se observa dificultad e incluso incapacidad de utilizarlas para calcular áreas de superficies poligonales sencillas o para aplicarlas con éxito a la resolución de problemas relativamente sencillos y que pueden requerir algo más que una sustitución de un número dentro de una fórmula.

Veamos algunos ejemplos, que ponen de manifiesto algunos de los errores más habituales que comenten los alumnos:

Cuando se le pregunta a los alumnos por una determinada fórmula, por ejemplo, la del círculo, dan sin mayor problema una expresión que nunca podría corresponder a una magnitud bidimensional como es el área, como por ejemplo: $A = 2\pi r$ o $A = \pi r$ o $A = 2\pi r^3$.

O bien, algunos alumnos cuando se les pide el área, por ejemplo, de un triángulo del que se conocen las dimensiones de los tres lados, al no recordar cómo es la fórmula, multiplican las tres dimensiones.

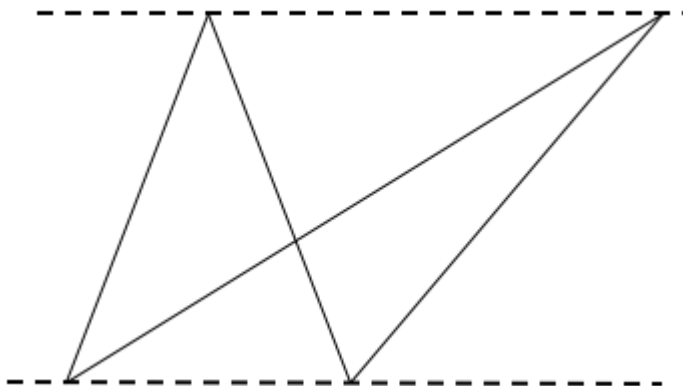
Este tipo de respuestas pone de manifiesto que los alumnos no reflexionan sobre el carácter dimensional de las fórmulas.

Es frecuente entre los alumnos la creencia de que si por ejemplo, el área de un cuadrado se reduce a la mitad, también lo hace la longitud del lado del cuadrado. O bien, que si los lados de un cuadrado se duplican, también se duplicará el área.

Es decir, extienden la modificación sufrida por la longitud de los lados de la figura al área de la misma o viceversa. Ello pone de manifiesto, que los alumnos no entienden la relación que existe entre el área, magnitud bidimensional y las magnitudes unidimensionales a partir de las que se obtiene.

Son muy pocos los alumnos que son capaces de utilizar las fórmulas para comparar el área de dos superficies, centrandose su análisis en los elementos de los que va a depender el área de esa superficie.

Por ejemplo: a los alumnos se les pidió que compararan el área de los dos triángulos de la figura



La mayoría de alumnos da una respuesta incorrecta, o manifiesta no poder concluir nada, dado que no dispone de datos numéricos, que le permiten determinar la medida de las áreas, y así poder compararlas. Muy pocos son los alumnos, que responden que los dos triángulos tendrán la misma área, ya que poseen la misma base y la misma altura.

Los alumnos limitan el uso de las fórmulas a su aplicación inmediata, sustituyendo las dimensiones por las medidas dadas, para realizar un cálculo "rutinario" que el proporcionará la medida buscada, sin comprender que la una fórmula proporciona la información sobre los elementos de la superficie, de los que va a depender el área de esta.

Así pues, es necesario tener en cuenta a la hora de abordar la enseñanza de las fórmulas para el cálculo de áreas, la complejidad de éstas, dado que una fórmula establece la relación entre magnitudes de distinta naturaleza, una bidimensional (el área) y otras unidimensionales (longitudes), idea ésta conceptualmente compleja y difícil de comprender para una mayoría de alumnos, si no se les prepara para ello.

Por todo lo expuesto se propone que:

- La enseñanza del área no se limite a la enseñanza de las fórmulas para su cálculo.
- No introducir el uso de las fórmulas antes de que los alumnos estén familiarizados con el área como cantidad de plano, como magnitud autónoma y como número de unidades que recubren la superficie.
- Estudiar en contextos geométricos el área de superficies planas, analizando los elementos de los que depende el área.
- Estudiar el carácter bidimensional de las fórmulas del área.

¿CM² COMO CUADRADO DE 1 CM DE LADO?

Es muy frecuente ver en los libros de texto, tareas en las que se demanda la medida del área de una superficie, indicando que:



Esta presentación del cm² como el área de un cuadrado de 1 cm de lado conduce a los alumnos a extender dicha definición a $\frac{1}{2}$ cm², como el cuadrado de lado de $\frac{1}{2}$ cm de lado.

Ello ayuda a fomentar la ya errónea creencia de los alumnos, de si la razón entre las dimensiones lineales de dos superficies es "K", también la razón entre sus áreas será "K".

Además de lo comentado anteriormente, esta forma de presentar el cm², conduce a la asociación, nada recomendable, de un área a una forma determinada, ya que pensamos que es importante que disocie el área de la forma de una superficie, como se potencia en el estudio de la manifestación del área como magnitud autónoma.

Así pues, no es conveniente dar esta definición de cm², si ésta no va acompañada de la instrucción suficiente para evitar todas estas posibles confusiones.

Para ello se podrán presentar tareas como la siguiente:

TAREA

Sobre una trama cuadrada de puntos dibuja:

- a) 4 figuras diferentes de $\frac{1}{2}$ cm².
- b) 8 figuras diferentes de 1 cm².
- c) 8 figuras diferentes de $\frac{3}{2}$ cm².

OBTENCIÓN DE FÓRMULAS PARA EL CÁLCULO DE ÁREAS

La secuencia didáctica que se presenta a continuación tiene por objeto:

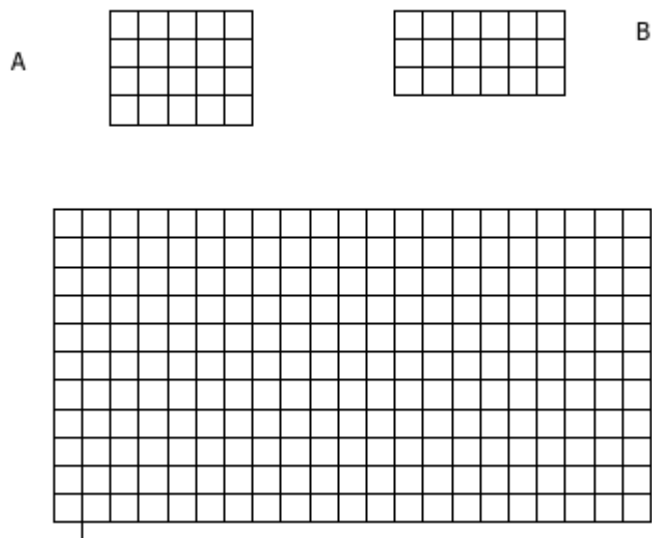
- Hacer ver a los alumnos la necesidad de buscar métodos alternativos, al recuento de unidades de área, que recubren la superficie, para calcular las áreas de las figuras planas.
- Llegar a la fórmula para el cálculo del área de un rectángulo.
- Deducir la fórmula para el cálculo del área del paralelogramo, a partir de la del rectángulo.
- Deducir la fórmula para el cálculo del área del triángulo, a partir de la del rectángulo.

**OBTENER LAS FÓRMULAS PARA EL CÁLCULO DEL ÁREA DEL RECTÁNGULO,
TRIÁNGULO Y PARALELOGRAMO
(TAREA 1)**

Objetivos de la tarea:

- Plantear la necesidad de la búsqueda de un método alternativo al conteo de unidades de medida que recubren el rectángulo, al enfrentar a los alumnos al tedio del recuento de las unidades cuadradas que recubren la figura C.

Determina el área de cada una de las figuras siguientes:



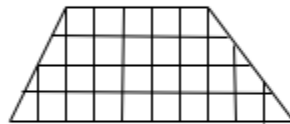
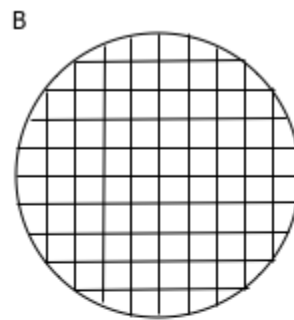
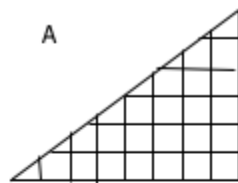
Extraída de Peterson (1973).

**OBTENER LAS FÓRMULAS PARA EL CÁLCULO DEL ÁREA DEL RECTÁNGULO,
TRIÁNGULO Y PARALELOGRAMO
(TAREA 2)**

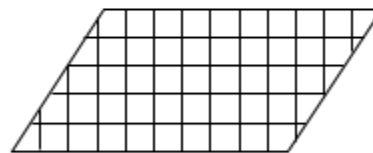
Objetivos de la tarea:

- Plantear la necesidad de la búsqueda de un método alternativo al conteo de unidades de medida que recubren el rectángulo, al enfrentar a los alumnos al tedio del recuento de las unidades cuadradas que recubren la figura C.

Determina el área de cada una de las figuras siguientes



C



D



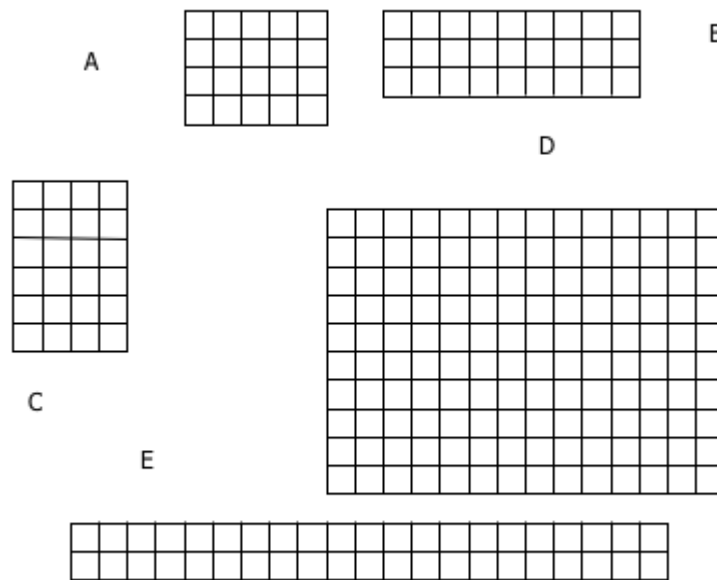
**OBTENER LAS FÓRMULAS PARA EL CÁLCULO DEL ÁREA DEL RECTÁNGULO,
TRIÁNGULO Y PARALELOGRAMO
(TAREA 3)**

Objetivos de la tarea:

- Relacionar el número de unidades cuadradas que recubren el rectángulo con la longitud de la base y la altura de éste.

Considerando la longitud del lado del cuadrado como unidad de longitud y el cuadrado como unidad de área, completa la siguiente tabla:

Rectángulo	Longitud de la base	Longitud de la altura	Área
A			
B			
C			
D			
E			



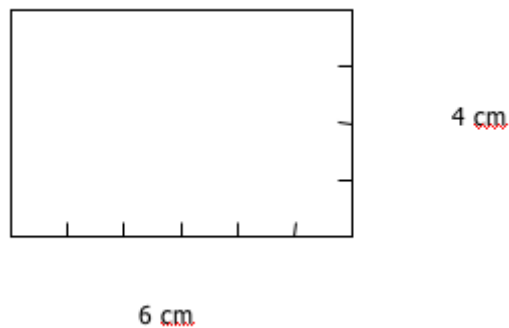
Extraído de Padilla (1990).

**OBTENER LAS FÓRMULAS PARA EL CÁLCULO DEL ÁREA DEL RECTÁNGULO,
TRIÁNGULO Y PARALELOGRAMO
(TAREA 4)**

Objetivos de la tarea:

- Determinar el número de unidades cuadradas que recubren el rectángulo a partir del producto de las longitudes de su base y su altura.
- Observar que las longitudes de los lados del rectángulo, determinan el número de unidades cuadradas que "cabén" en cada lado y en consecuencia en el interior del rectángulo.

Calcula el número de unidades cuadradas que recubren el rectángulo de la figura y represéntalos.



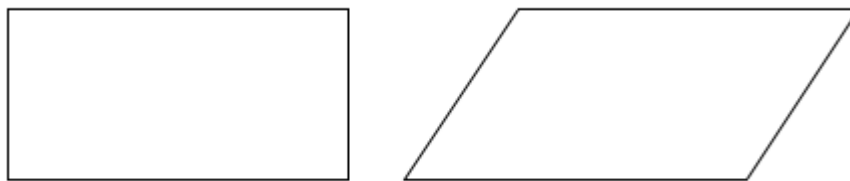
Extraído de Padilla (1990).

**OBTENER LAS FÓRMULAS PARA EL CÁLCULO DEL ÁREA DEL RECTÁNGULO,
TRIÁNGULO Y PARALELOGRAMO
(TAREA 5)**

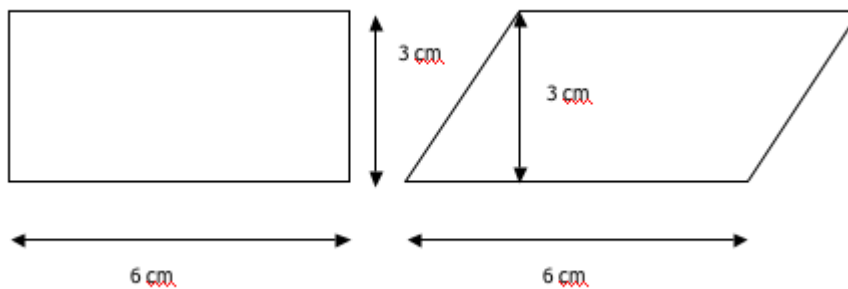
Objetivos de la tarea:

- Determinar que el área del paralelogramo es la misma que la del rectángulo de igual base y altura.
- Determinar que el área del paralelogramo se obtiene de multiplicar su base por su altura.

a) Compara el área del rectángulo y del paralelogramo, dados. ¿Poseen la misma área? Justifica tu respuesta.



b) Calcula el área del paralelogramo, con los datos que se proporcionan en la figura.

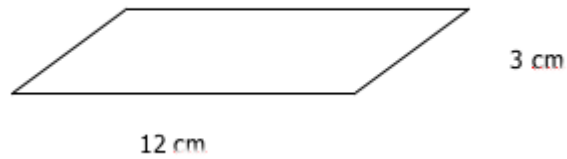


**OBTENER LAS FÓRMULAS PARA EL CÁLCULO DEL ÁREA DEL RECTÁNGULO,
TRIÁNGULO Y PARALELOGRAMO
(TAREA 6)**

Objetivos de la tarea:

- Concluir que el área del paralelogramo es la misma que la del rectángulo de igual base y altura.
- Concluir que el área del paralelogramo se obtiene de multiplicar su base por su altura.

a) Construye un rectángulo de igual área que el paralelogramo dado. Indica sus dimensiones.



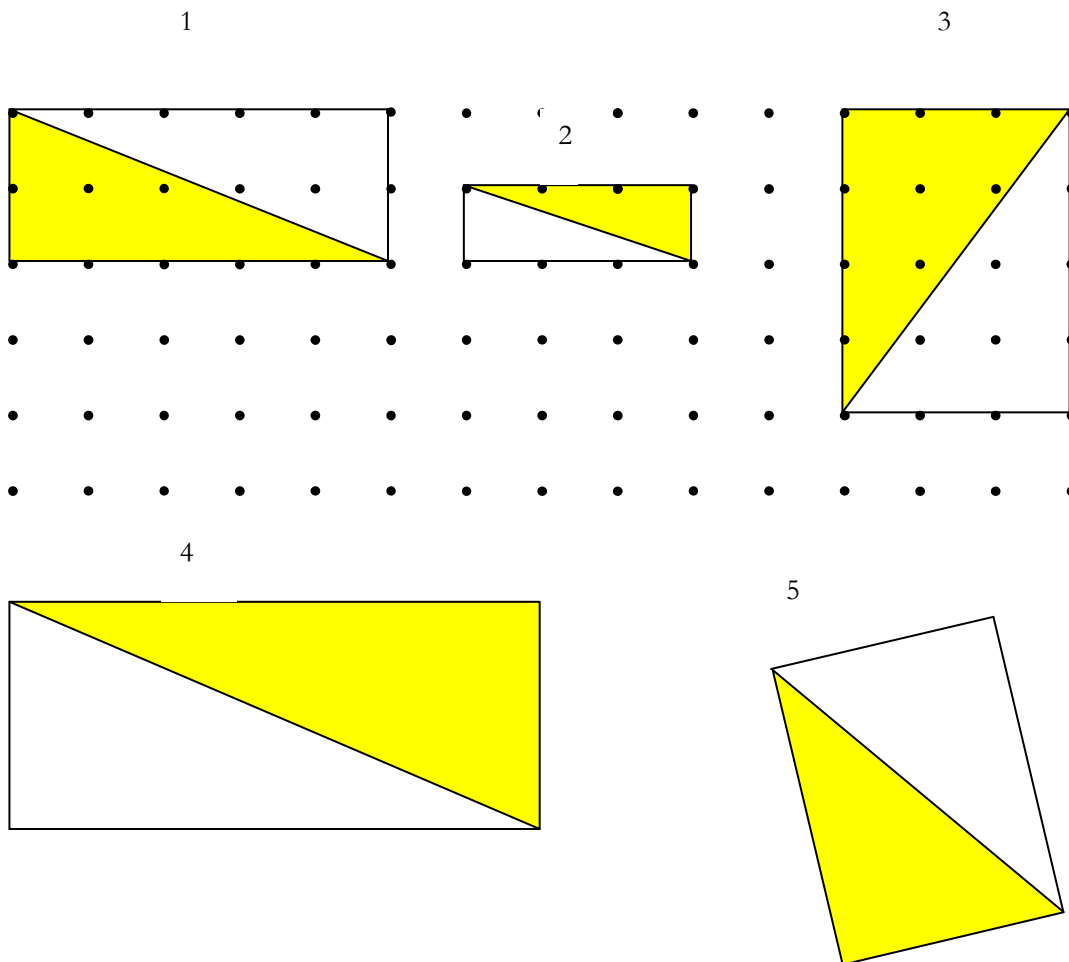
b) Calcula el área del paralelogramo.

**OBTENER LAS FÓRMULAS PARA EL CÁLCULO DEL ÁREA DEL RECTÁNGULO,
TRIÁNGULO Y PARALELOGRAMO
(TAREA 7)**

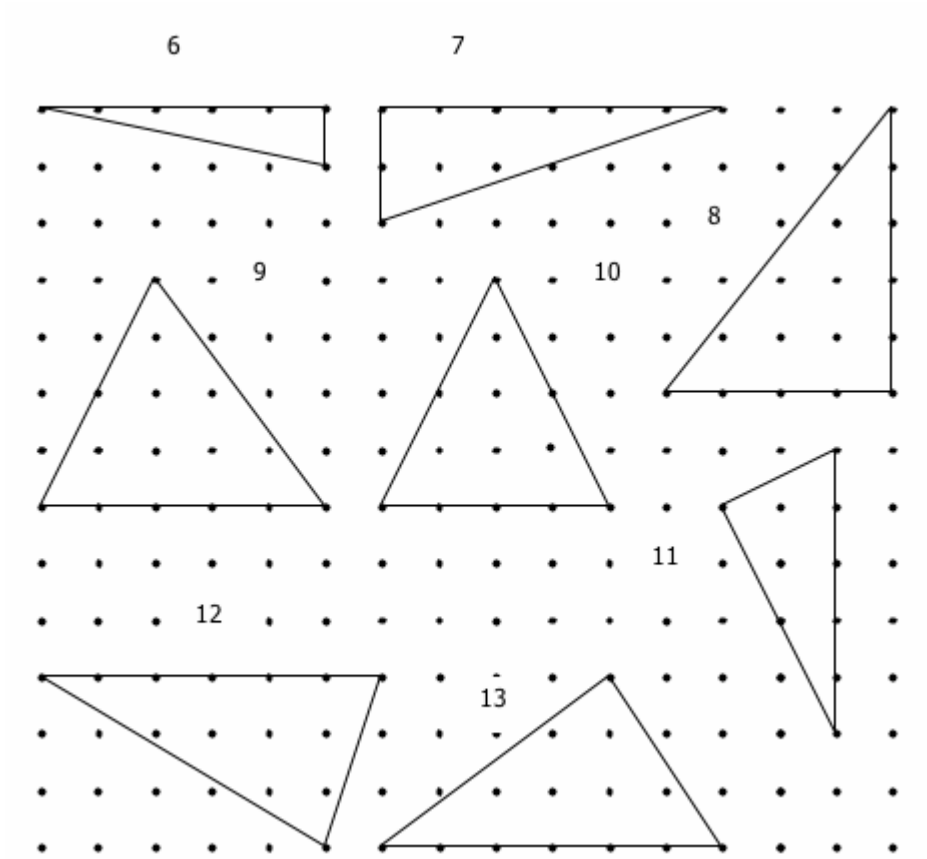
Objetivos de la tarea:

- Determinar que el área del triángulo es la mitad de la del rectángulo de igual base y altura, que lo contiene.

a) Determina en cada caso el área del triángulo y del rectángulo:



b) Determina el área de cada triángulo:



Adaptada de una actividad de SMP 11-16 (1985)

TAREAS

SOBRE LAS TAREAS

Esta sección contiene una propuesta de actividades para la enseñanza del área, catalogadas según el objetivo que persiguen, tal y como se indica a continuación. Entre ellas se encuentran las actividades que han sido comentadas en las secciones de esta página.

En la página siguiente se muestra una tabla en cuyas columnas se representan los dominios del conocimiento y en las filas las tareas con su correspondiente numeración. Las celdas con fondo azul oscuro relacionan las tareas con los temas determinados para las que fueron diseñadas, y las celdas con fondo gris relacionan las tareas con los temas determinados para cuyo estudio pueden ser utilizadas aunque no fueron diseñadas en exclusiva para ello.

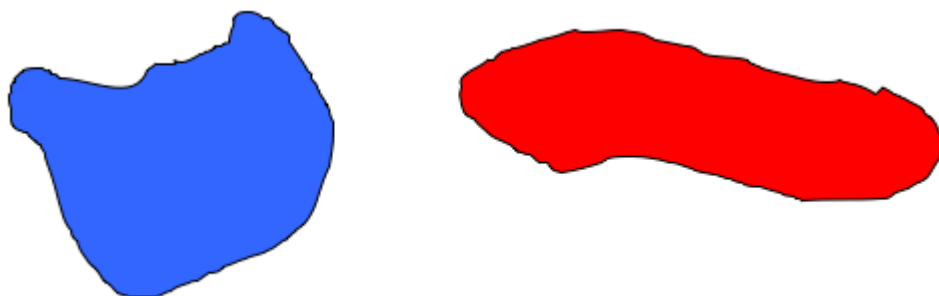
2.2.5			Grey		Grey	Blue				
2.2.6		Grey	Grey			Blue				
2.2.7			Grey		Grey	Blue				
2.2.8			Grey			Blue				
2.2.9					Grey	Blue				
2.2.10			Grey		Grey	Blue				
2.3.1			Grey		Grey	Blue				
2.3.2			Grey		Grey	Blue				
2.3.3			Grey		Grey	Blue				
2.3.4				Grey	Grey	Blue				
2.3.5				Grey	Grey	Blue				
2.3.6		Grey		Grey		Blue				Grey
2.3.7			Grey		Grey	Blue				
2.3.8				Grey	Grey	Blue				
2.3.9				Grey	Grey	Blue				
3.1.1			Grey		Grey		Blue		Grey	
3.1.2			Grey		Grey		Blue		Grey	
3.1.3			Grey		Grey		Blue		Grey	
3.2.1		Grey	Grey		Grey		Grey	Blue	Grey	
3.2.2		Grey	Grey		Grey			Blue	Grey	
3.3.1			Grey		Grey		Grey		Blue	
3.3.2			Grey		Grey		Grey		Blue	
4.1.1	Grey	Grey			Grey					Blue
4.1.2		Grey			Grey					Blue
4.1.3			Grey		Grey					Blue
4.1.4	Grey									Blue
4.1.5	Grey				Grey					Blue
4.1.6	Grey									Blue
4.1.7			Grey		Grey					Blue

TAREA 1.1.1

Objetivos de la tarea:

- Trabajar el área como cantidad de plano ocupado por la superficie.
- Trabajar los procedimientos geométricos de:
 1. Comparación directa por superposición de las superficies.
 2. Comparación indirecta por recorte y pegado de las piezas en las que queda descompuesta la superficie.

La casa de Paco y la de Hugo tienen un corral donde se crían las gallinas. Dibújate los corrales en un folio y recórtalos. ¿En cuál de los dos corrales hay más espacio para que se muevan las gallinas?



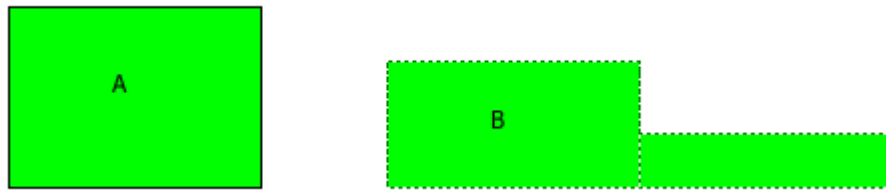
Nota.- Se proporcionará a los alumnos una copia de estas superficies para que puedan manipularlas.

TAREA 1.1.2

Objetivos de la tarea:

- Trabajar el área como cantidad de plano ocupado por la superficie.
- Trabajar la disociación entre el área y la forma de la superficie.
- Trabajar la conservación de área.
- Romper con la creencia muy extendida en los niños, que una figura más larga tiene mayor área, al fijarse en una única dimensión.
- Trabajar los procedimientos geométricos de:
 1. Comparación indirecta por recorte y pegado de las piezas en las que queda descompuesta la superficie;
 2. Reconfiguración por complementariedad de formas de las partes en las que se ha dividido la superficie.

Imagínate que estas figuras representan dos campos cubiertos de hierba. ¿Tiene el campo A la misma cantidad de hierba que el campo B?



Nota.- Se proporcionará al alumno rectángulos iguales a los que constituyen la figura B.

TAREA 1.1.3

Objetivos de la tarea:

- Trabajar el área como cantidad de plano ocupado por la superficie.
- Trabajar la disociación entre el área y la forma de la superficie.
- Trabajar la conservación de área.
- Romper con la creencia muy extendida en los niños, que una figura más larga tiene mayor área, al fijarse en una única dimensión.
- Trabajar los procedimientos geométricos de:
 1. Comparación indirecta por recorte y pegado de las piezas en las que queda descompuesta la superficie;
 2. Reconfiguración por complementariedad de formas de las partes en las que se ha dividido la superficie.

Imagínate que estas figuras representan dos campos cubiertos de hierba. ¿Tiene el campo A la misma cantidad de hierba que el campo B?



Nota.- Se proporcionará al alumno rectángulos iguales a los que constituyen la figura B.

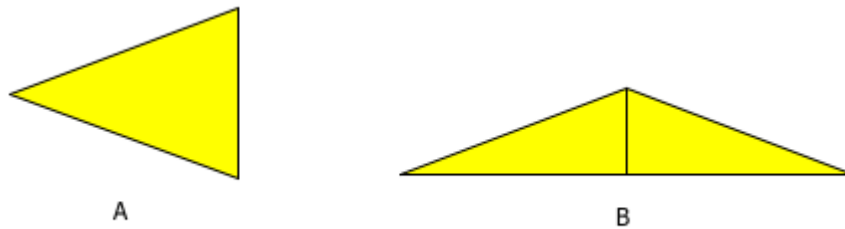
Extraída de Hughes, Bell and Rogers, (1975)

TAREA 1.1.4

Objetivos de la tarea:

- Trabajar el área como cantidad de plano ocupado por la superficie.
- Trabajar la disociación entre el área y la forma de la superficie.
- Trabajar la conservación de área.
- Trabajar los procedimientos geométricos de: Descomposición conveniente de la superficie con posterior reconfiguración por complementariedad de formas de las partes en las que se ha dividido la superficie.

Si tuvieras que pintar la figura A, ¿necesitarías la misma o diferente cantidad de pintura que para pintar la figura B?



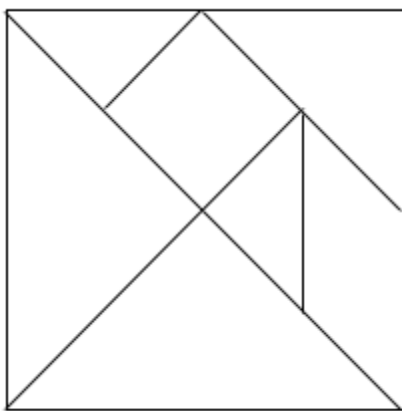
Extraída de Hughes, Bell and Rogers, (1975)

TAREA 1.2.1

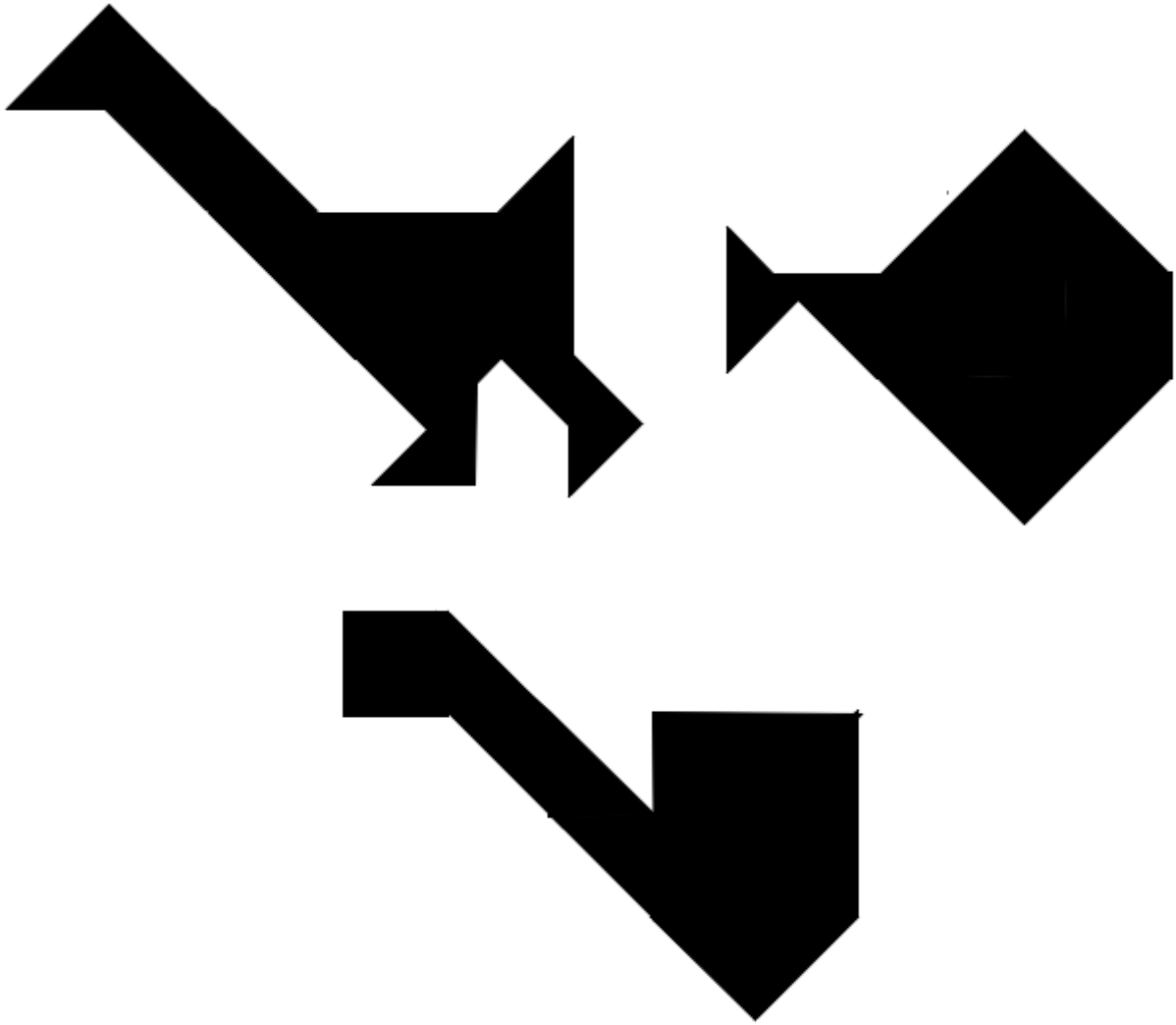
Objetivos de la tarea:

- Trabajar la disociación entre el área y la forma de la superficie.
- Trabajar el área como cantidad de plano ocupado por la superficie.
- Trabajar la conservación de área.
- Romper con la creencia muy extendida en los niños, que una figura más larga tiene mayor área, al fijarse en una única dimensión.
- Trabajar el procedimiento geométrico de recorte y pegado de las piezas en las que queda descompuesta la superficie.

El tangram es un puzzle de siete piezas que procede de China, y con el que se pueden construir más de 300 figuras diferentes. Las siete piezas resultan de la descomposición del cuadrado como se indica en la figura.



Construye con las siete piezas del tangram cada una de las figuras que a continuación se te presentan. Una vez construidas debes reproducirlas en tu libreta, indicando la posición de las piezas. Responde de forma razonada a la siguiente pregunta: ¿tienen todas estas figuras la misma área?



Nota.-Cada alumno debe disponer de un tangram.

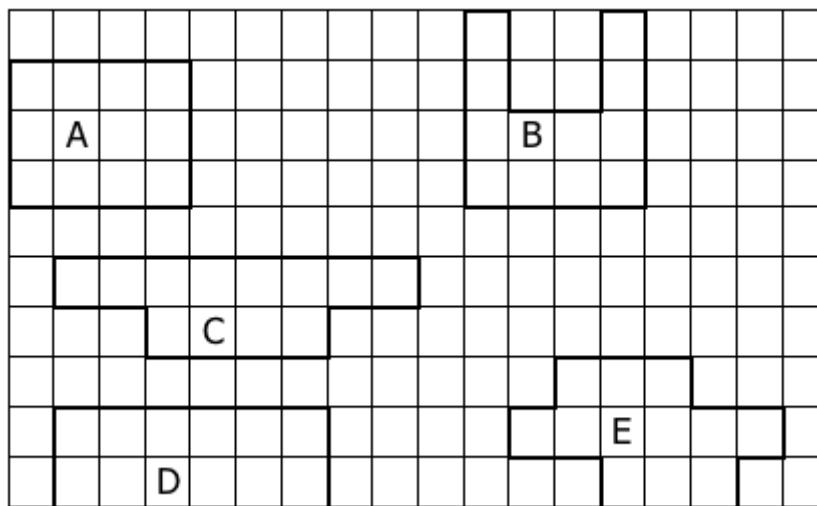
Extraída de Corberán (1996). Dibujos extraídos de Read (1965)

TAREA 1.2.2

Objetivos de la tarea:

- Trabajar la disociación entre el área y la forma de la superficie.
- Trabajar el área como número de unidades que recubren la superficie.
- Trabajar procedimientos numéricos con uso de una unidad bidimensional

Luís ha diseñado las siguientes figuras, utilizando para ello cuadrados. Calcula cuántos cuadrados serán necesarios para construir cada una de estas figuras. ¿Qué observas?



Adaptada de Horak & Horak (1982)

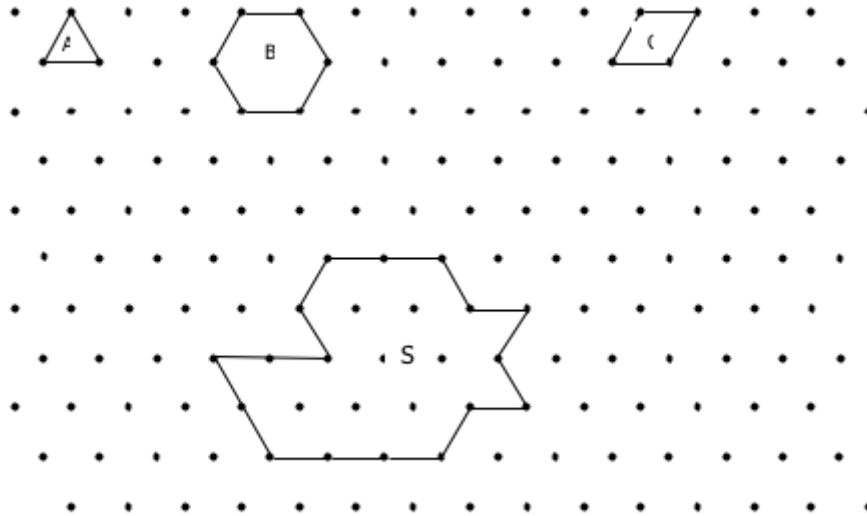
TAREA 1.2.3

Objetivos de la tarea:

- Trabajar la disociación del área del número que la mide.
- Trabajar el área como número de unidades que recubren la superficie.
- Trabajar las propiedades de la unidad de medida de área bidimensional:
 1. Carácter de recubrimiento de la unidad de medida;
 2. Relación inversa entre el número de unidades que recubren la superficie y el tamaño de la unidad;
 3. Carácter de no discretitud de la unidad.
- Trabajar procedimientos numéricos con uso de una unidad bidimensional.

Calcula cuántas figuras A caben en la figura (S), cuántas figuras B caben en la figura (S) y cuántas figuras C caben en la figura (S). Completa la tabla siguiente:

	Figura A (unidad A)	Figura B (unidad B)	Figura C (unidad C)
Superficie (S)			



Extraída de Musser & Burger (1988)

TAREA 1.3.1

Objetivos de la tarea:

- Trabajar el área como número de unidades que recubren la superficie.
- Trabajar procedimientos numéricos con uso de una unidad bidimensional (iteración de una unidad física de medida).

Utiliza tu propia mano y ayudándote de ella, calcula el número de veces que te cabe en la pizarra de tu clase. El número que has obtenido representa una medida aproximada del área de la pizarra. Compara la medida que tú has obtenido con la que han obtenido tus otros compañeros y comentad lo ocurrido.

TAREA 1.3.2

Objetivos de la tarea:

- Trabajar el área como número de unidades que recubren la superficie.
- Trabajar la disociación del área del número que la mide.
- Trabajar procedimientos numéricos con uso de una unidad bidimensional: iteración de una unidad física de medida.

D 12 cm 8 cm	B 12 cm 4 cm	B 12 cm 4 cm
C 6 cm 8 cm	A 6 cm 4 cm	A 6 cm 4 cm
C 6 cm 8 cm	A 6 cm 4 cm	A 6 cm 4 cm

- ¿Cuántas figuras A necesitarás para cubrir B?
 ¿Cuántas figuras A necesitarás para cubrir C?
 ¿Qué puedes decir del área de las figuras B y C?
 ¿Cuántas figuras A necesitarás para cubrir D?
 ¿Cuántas figuras B necesitarás para cubrir D?
 ¿Cuántas figuras C necesitarás para cubrir D?
 ¿Podrías decir cuál es el área de la figura D?

Nota.- Los alumnos deben tener el conjunto de formas rectangulares, que se muestran en la figura anterior, por ejemplo hechas de cartulina, pero no debe aparecer en ellas las medidas.

Adaptada de Leutzinger & Nelson (1980).

TAREA 1.3.3

Objetivos de la tarea:

- Trabajar el área como número de unidades que recubren la superficie.
- Sugerir la medida del cuerpo para la estimación de áreas.
- Trabajar técnicas para estimar el área de superficies no poligonales.
- Trabajar procedimientos numéricos con uso de una unidad bidimensional.

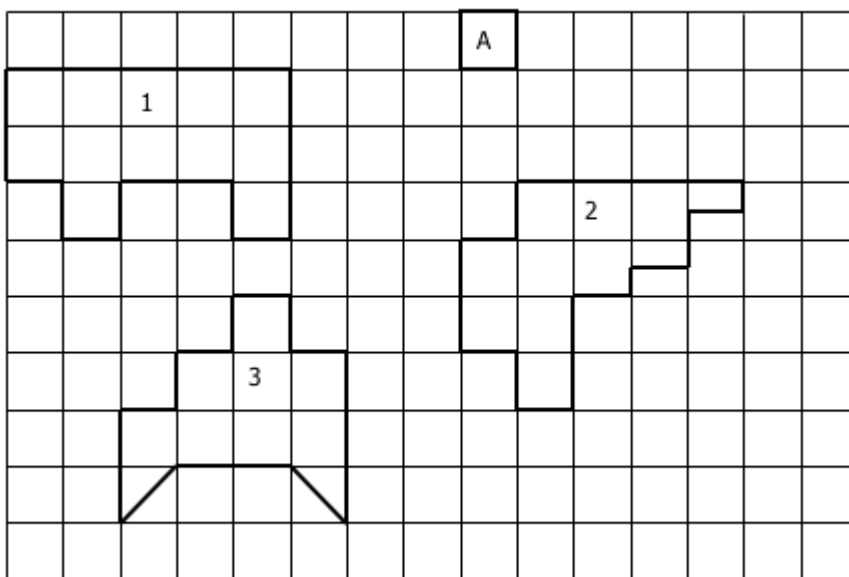
Dibuja tu mano en una hoja de papel cuadriculado y calcula el número de cuadrados que hay en su interior. Intercambia este dato con tus compañeros. Después de ello, ¿podrías decir qué niño tiene la mano más grande y la más pequeña?

TAREA 1.3.4

Objetivos de la tarea:

- Trabajar el área como número de unidades que recubren la superficie.
- Trabajar procedimientos numéricos con uso de unidad de medida bidimensional.

¿Cuántos cuadrados como el A, se necesitan para formar la siguientes figuras?

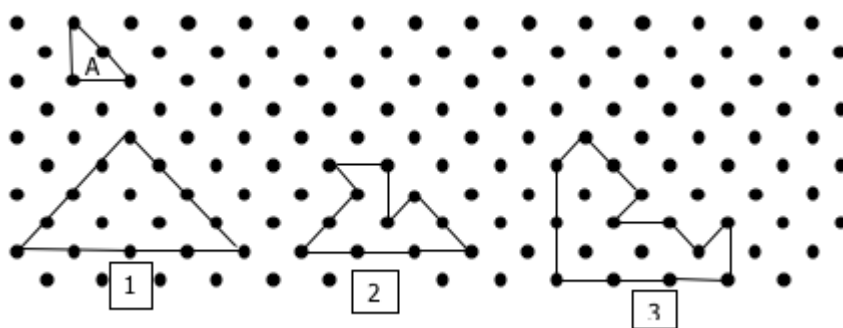


TAREA 1.3.5

Objetivos de la tarea:

- Trabajar el área como número de unidades que recubren la superficie.
- Trabajar procedimientos numéricos con uso de unidad de medida bidimensional.

¿Cuántas veces cabe la figura A en cada una de las figuras 1, 2 y 3?



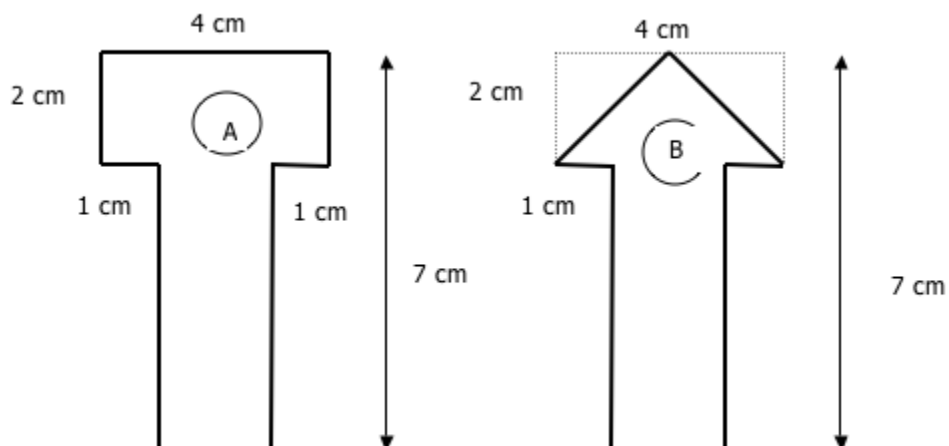
Extraída de Corberán (1996)

TAREA 1.4.1

Objetivos de la tarea:

- Trabajar el área como producto de dos dimensiones lineales.
- Trabajar procedimientos numéricos con uso de unidad unidimensional.
- Calcular el área de un triángulo como la mitad del área del rectángulo de igual base y altura que lo contiene.
- Trabajar la propiedad aditiva del área.

Calcula el área de las figuras A y B.

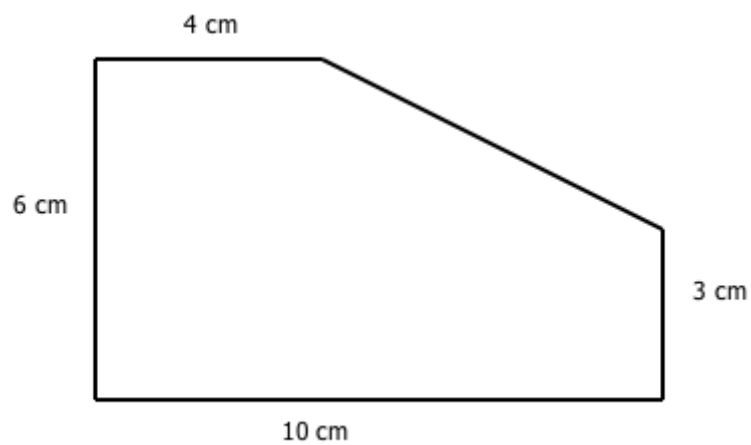


TAREA 1.4.2

Objetivos de la tarea:

- Trabajar el área como producto de dos dimensiones lineales.
- Trabajar procedimientos numéricos con uso de unidad unidimensional.
- Calcular el área de un triángulo como la mitad del área del rectángulo de igual base y altura que lo contiene.
- Trabajar la propiedad aditiva del área.

Calcula el área de la figuras.

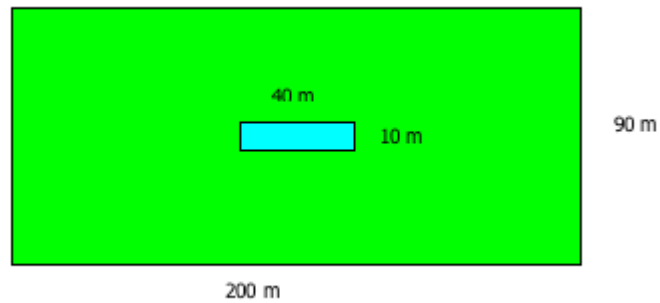


TAREA 1.4.3

Objetivos de la tarea:

- Trabajar el área como producto de dos dimensiones lineales.
- Trabajar procedimientos numéricos con uso de unidad unidimensional.
- Trabajar la propiedad aditiva del área.

El siguiente dibujo representa el parque donde juega todos los días Carla. En él, existe en el centro una gran fuente rectangular. Determina la cantidad de zona ajardinada en la que puede jugar nuestra amiga.



TAREA 1.4.4

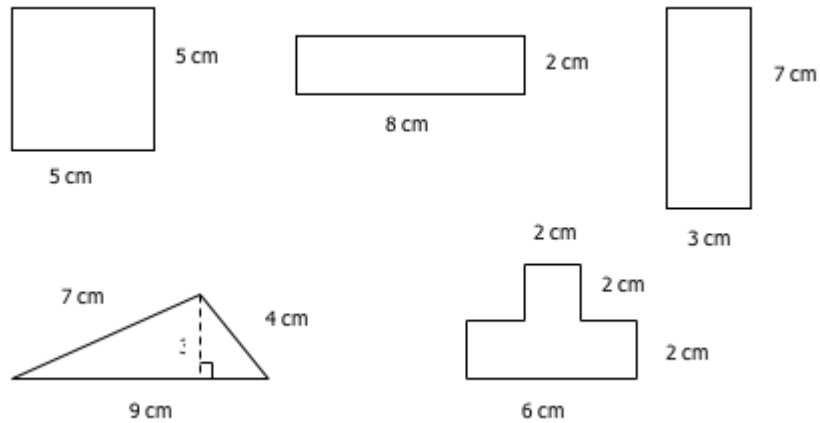
Objetivos de la tarea:

- Trabajar el área como producto de dos dimensiones lineales.
- Trabajar procedimientos numéricos con uso de unidad unidimensional.
- Trabajar la disociación del área del perímetro de la superficie.

Determina el área y el perímetro de cada figura geométrica que se muestra a continuación y completa la tabla siguiente:

Figura	Área	Perímetro
A		
B		
C		
D		

¿Qué puedes decir sobre los perímetros? ¿Qué puedes decir sobre las áreas?

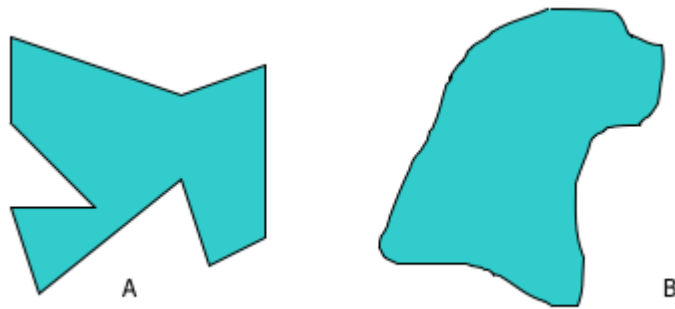


TAREA 2.1.1

Objetivos de la tarea:

- Trabajar el procedimiento geométrico de comparación indirecta, ya que para comparar las dos superficies es necesario "partir" el estanque (A) en "trozos" para poder superponerlos sobre el (B), y así poder emitir un juicio. Se establece una relación de menor/mayor entre las superficies.
- Trabajar el área como cantidad de plano ocupado por la superficie.

Compara estos dos estanques. ¿En cuál de los dos estanques hay más espacio para que los patos paseen por él?



Adaptada de Corberán (1996).

TAREA 2.1.2

Objetivos de la tarea:

- Trabajar el procedimiento geométrico de reconfiguración por complementariedad de las formas en las que se ha dividido la superficie. Se establece una relación de igualdad entre las superficies.
- Trabajar la "relación" área-perímetro: superficies de igual área poseen diferente perímetro.
- Trabajar la conservación del área.
- Trabajar el área como cantidad de plano ocupado por la superficie.
- Trabajar la disociación entre el área y la forma de la superficie.

La figura (A) ha sido cortada en 3 piezas que han sido reorganizadas -sin superponerse- para construir la figura (B).

- a) Compara el área de la figura (A) con la de (B). ¿Son iguales?
- b) Compara los perímetros de las dos figuras. ¿Son iguales?



A



B

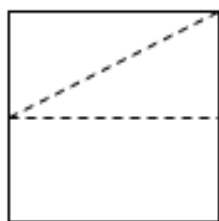
Extraída de Corberán (1996).

TAREA 2.1.3

Objetivos de la tarea:

- Trabajar el procedimiento geométrico de reconfiguración por complementariedad de las formas en las que se ha dividido la superficie.
- Trabajar la conservación del área.
- Trabajar la "relación" área-perímetro: superficies de igual área poseen diferente perímetro.
- Trabajar el área como cantidad de plano ocupado por la superficie.
- Trabajar la disociación entre el área y la forma de la superficie.

¿Ocupan estas dos superficies la misma cantidad de plano o diferente?



A



B

Extraída de Hughes (1979).

TAREA 2.1.4

Objetivos de la tarea:

- Trabajar el procedimiento geométrico de descomposición conveniente de la superficie con posterior reconfiguración por complementariedad de las formas en las que se ha dividido la superficie.
- Trabajar la conservación del área.
- Trabajar el área como cantidad de plano ocupado por la superficie.
- Trabajar la disociación entre el área y la forma de la superficie.

Imagínate que estos son dos pasteles y tu tienes mucha hambre, ¿cuál preferirías tener? ¿Por qué dices eso?



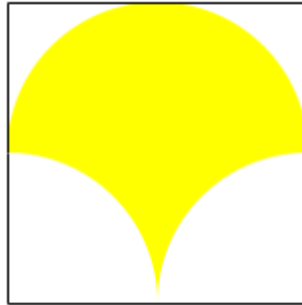
Extraída de Hughes, Bell & Rogers (1975)

TAREA 2.1.5

Objetivos de la tarea:

- Trabajar el procedimiento geométrico de descomposición conveniente de la superficie con posterior reconfiguración por complementariedad de las formas en las que se ha dividido la superficie. Se establece una relación numérica entre las superficies.
- Trabajar el área como cantidad de plano ocupado por la superficie

¿Qué relación existe entre el área de la zona amarilla y el área del cuadrado?



Adaptada de Castelnuovo (1981)

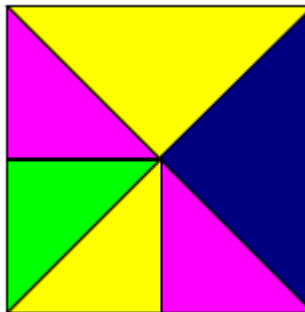
TAREA 2.1.6

Objetivos de la tarea:

- Trabajar el procedimiento geométrico de descomposición conveniente de la superficie en partes iguales. Mediante el uso de una fracción se establece la relación de la parte respecto del todo. Se establece una relación numérica entre las áreas.
- Trabajar el área como cantidad de plano ocupado por la superficie.

¿Qué fracción de la parte interior del cuadrado de la figura representa la:

- a) ¿zona azul?
- b) ¿zona rosa?
- c) ¿zona amarilla?
- d) ¿zona verde?



Extraída de Hoffer (1979).

TAREA 2.1.7

Objetivos de la tarea:

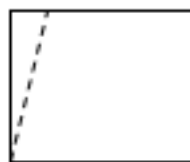
- Trabajar el procedimiento geométrico de reconfiguración por complementariedad de las formas en las que se ha dividido la superficie. Se establece una relación de igualdad entre las superficies.
- Trabajar la disociación del área del perímetro.
- Trabajar la conservación del área.
- Trabajar el área como cantidad de plano ocupado por la superficie.

La figura (A) ha sido cortada en 2 piezas que han sido reorganizadas -sin superponerse- para construir la figura (B).

- a) Compara sus áreas. ¿Tienen igual área?
- b) Compara sus perímetros. ¿Tiene igual perímetro?



A



B

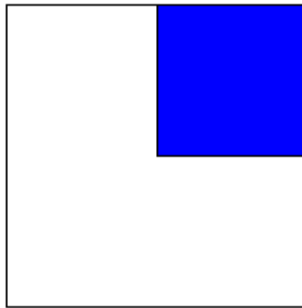
Extraída de Corberán (1996)

TAREA 2.1.8

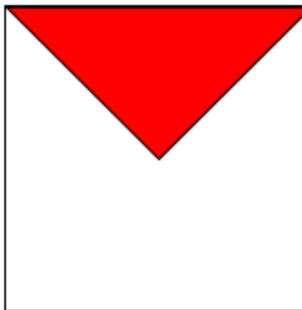
Objetivos de la tarea:

- Trabajar el procedimiento geométrico de descomposición conveniente de la superficie en partes. Mediante el uso de una fracción se establece la relación de la parte respecto del todo. Se establece una relación numérica entre las áreas..
- Trabajar el área como cantidad de plano ocupado por la superficie.

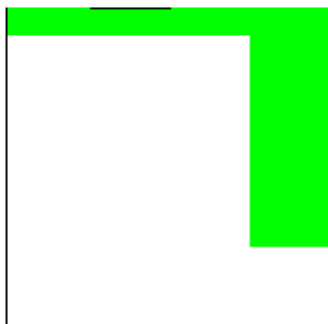
a) ¿Qué fracción del cuadrado representa la zona azul?



b) ¿Qué fracción del cuadrado representa la zona roja?



c) ¿Qué fracción del cuadrado representa la zona verde?

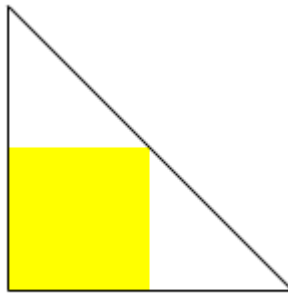


TAREA 2.1.9

Objetivos de la tarea:

- Trabajar el procedimiento geométrico de descomposición conveniente de la superficie en partes iguales. Mediante el uso de una fracción se establece la relación de la parte respecto del todo. Se establece una relación numérica entre las áreas.
- Trabajar el área como cantidad de plano ocupado por la superficie.

¿Qué fracción del triángulo representa la zona sombreada?

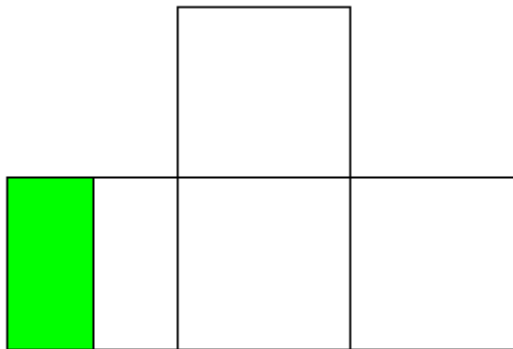


TAREA 2.1.10

Objetivos de la tarea:

- Trabajar el procedimiento geométrico de descomposición conveniente de la superficie en partes iguales. Mediante el uso de una fracción se establece la relación de la parte respecto del todo. Se establece una relación numérica entre las áreas.
- Trabajar el área como cantidad de plano ocupado por la superficie.

¿Qué fracción de la figura representa la zona verde?

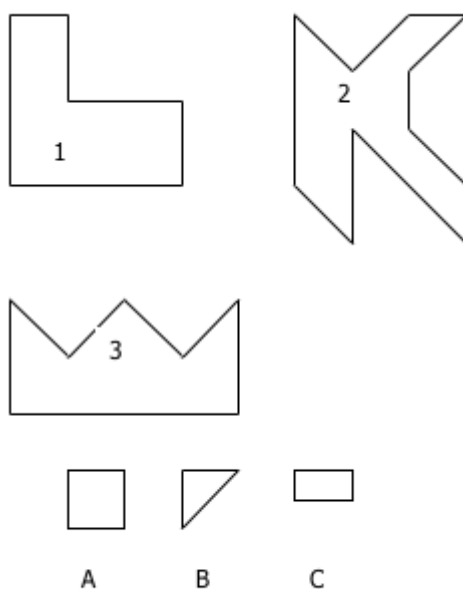


TAREA 2.1.1

Objetivos de la tarea:

- Trabajar el procedimiento numérico de iteración de una unidad de medida.
- Trabajar las propiedades de la unidad de medida bidimensional:
 1. Carácter de recubrimiento de la unidad de medida;
 2. Relación inversa entre el número de unidades que recubren la superficie y el tamaño de la unidad;
 3. Carácter de no discretitud de la unidad.
- Trabajar el área como números de unidades que recubren la superficie.

Utiliza las piezas (A) (B) y (C) para medir las áreas de las figuras (1), (2) y (3). ¿Cuál de todas ellas es la que posee mayor área? ¿y la que posee menor área?



Nota.- Proporcionar a los alumnos una fotocopia con cada una de las figuras (1), (2) y (3), así como varias piezas de las formas (A), (B) y (C).

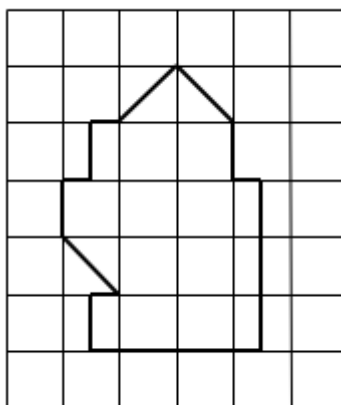
Adaptada de Corberán (1996)

TAREA 2.1.2

Objetivos de la tarea:

- Trabajar el procedimiento numérico de iteración de una unidad de medida y fracción de ésta.
- Trabajar las propiedades de la unidad de medida bidimensional: Carácter de recubrimiento de la unidad de medida y carácter de no discretitud de la unidad.
- Trabajar el área como números de unidades que recubren la superficie.

Determina el número de unidades cuadradas que están contenidas en la figura:

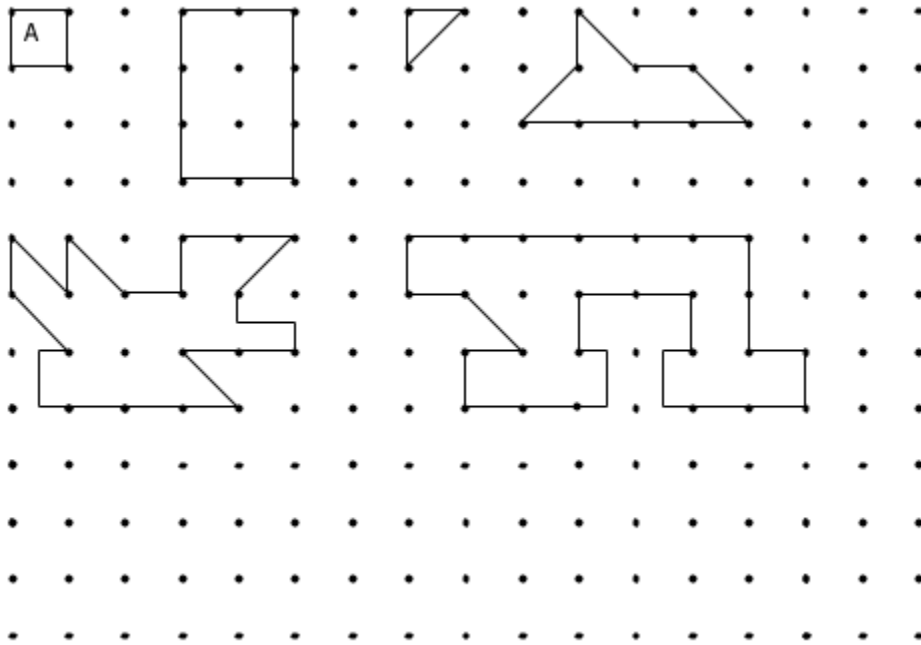


TAREA 2.1.3

Objetivos de la tarea:

- Trabajar el procedimiento numérico de descomposición de la figura en partes iguales.
- Trabajar las propiedades de la unidad de medida bidimensional: Carácter de recubrimiento de la unidad de medida y carácter de no discretitud de la unidad.
- Trabajar el área como números de unidades que recubren la superficie.

Calcula la medida del área de cada una de las siguientes superficies, utilizando como unidad de medida el cuadrado (A).



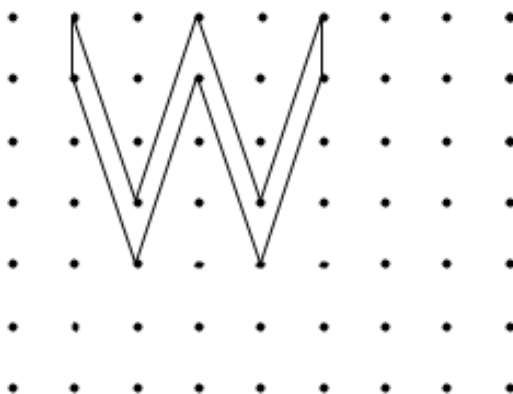
Extraída de Corberán (1996).

TAREA 2.1.4

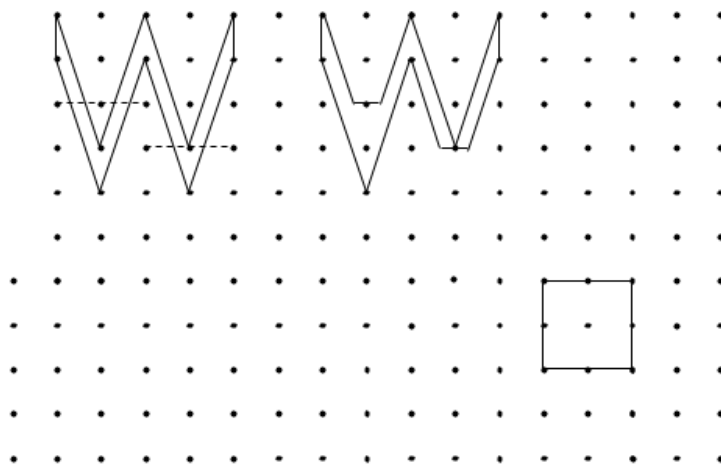
Objetivos de la tarea:

- Trabajar la combinación de un procedimiento geométrico con uno numérico. El primero será utilizado con objeto de conseguir una figura de igual área que la dada, en la que el cálculo del número de unidades que recubren exactamente la superficie sea mucho más sencillo. El segundo será utilizado para determinar la medida del área.
- Trabajar el procedimiento geométrico de descomposición conveniente de la superficie con posterior reconfiguración por complementariedad de formas. Se muestra el inicio del proceso de transformación de la superficie dada en un cuadrado.
- Trabajar el procedimiento numérico de iteración de una unidad de medida.
- Trabajar el área como números de unidades que recubren la superficie.

Encuentra el área del polígono:



Extraído de [Corberán et alii \(1989\)](#).

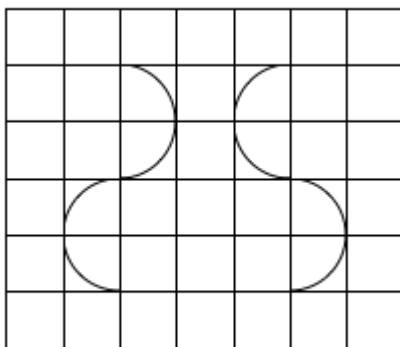


TAREA 2.2.5

Objetivos de la tarea:

- Trabajar la combinación de un procedimiento geométrico con uno numérico. El primero será utilizado con objeto de conseguir una figura de igual área que la dada, en la que el cálculo del número de unidades que recubren exactamente la superficie sea mucho más sencillo. El segundo será utilizado para determinar la medida del área.
- Trabajar el procedimiento geométrico de descomposición conveniente de la superficie con posterior reconfiguración por complementariedad de formas. Se muestra el inicio del proceso de transformación de la superficie dada en un cuadrado.
- Trabajar el procedimiento numérico de iteración de una unidad de medida.
- Trabajar el área como números de unidades que recubren la superficie.

Encuentra el área del polígono:



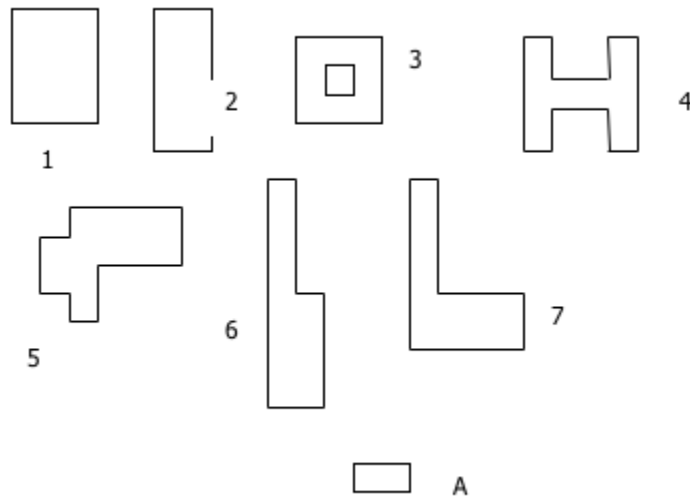
Extraído de Padilla (1990).

TAREA 2.2.6

Objetivos de la tarea:

- Trabajar el procedimiento numérico de iteración de la unidad de medida.
- Trabajar el área como números de unidades que recubren la superficie.
- Trabajar la disociación del área de la forma de la superficie.
- Trabajar la conservación del área.

¿Cuántas figuras (A) caben en cada una de las siguientes figuras? ¿Existen figuras que posean la misma área?



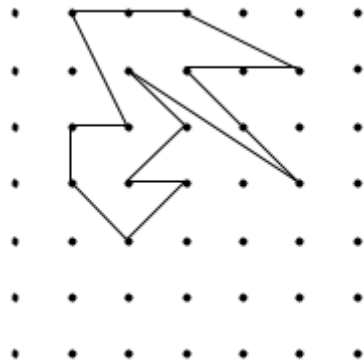
Adaptada de Hughes, Bell & Rogers (1975).

TAREA 2.2.7

Objetivos de la tarea:

- Trabajar la combinación de un procedimiento geométrico con uno numérico. El primero será utilizado con objeto de conseguir una figura de igual área que la dada, en la que el cálculo del número de unidades que recubren exactamente la superficie sea mucho más sencillo. El segundo será utilizado para determinar la medida del área.
- Trabajar el procedimiento geométrico de descomposición conveniente de la superficie con posterior reconfiguración por complementariedad de formas. Se muestra el inicio del proceso de transformación de la superficie dada en un cuadrado.
- Trabajar el procedimiento numérico de iteración de una unidad de medida.
- Trabajar el área como números de unidades que recubren la superficie.

Encuentra el área del polígono:



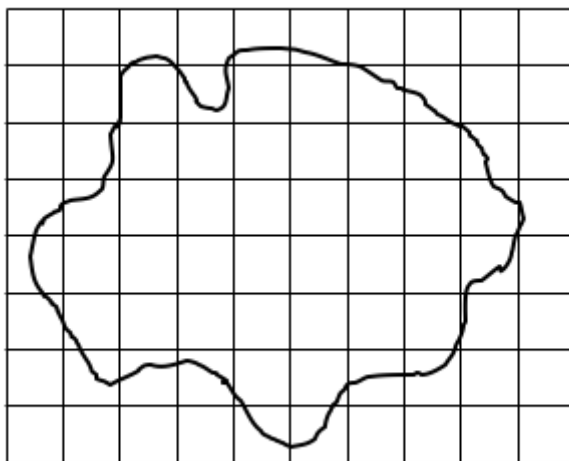
Extraído de Corberán et alii (1989)

TAREA 2.2.8

Objetivos de la tarea:

- Trabajar el procedimiento numérico de iteración de una unidad de medida y fracción de ésta, para estimar la medida del área de una superficie no poligonal..
- Trabajar la idea de mejora de la medida, realizando aproximaciones sucesivas desde el interior de la superficie, considerando tramas cuadradas, cuyos cuadrados sean fracciones sucesivas del cuadrado de la trama original.
- Trabajar, si se desea, la medida del área, a partir de aproximaciones sucesivas desde interior y exterior de la superficie, comprobando que la medida del área es un número mayor que el número de unidades cuadradas contenidas en la superficie, y menor que el número de unidades cuadradas contenidas y que contienen a la superficie.
- Trabajar el área como números de unidades que recubren la superficie.

Determina el número de unidades cuadradas contenidas en la figura:

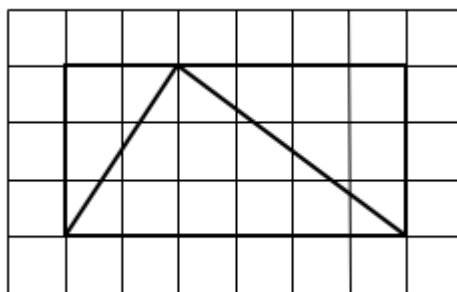


TAREA 2.2.9

Objetivos de la tarea:

- Trabajar la combinación de un procedimiento geométrico con uno numérico. El primero será utilizado con objeto de conseguir una figura de igual área que la dada, en la que el cálculo del número de unidades que recubren exactamente la superficie sea mucho más sencillo. El segundo será utilizado para determinar la medida del área.
- Trabajar el procedimiento geométrico de descomposición conveniente de la superficie.
- Trabajar el procedimiento numérico de iteración de una unidad de medida.
- Trabajar el área como números de unidades que recubren la superficie.
- Trabajar el área de un triángulo como la mitad del área del rectángulo de igual base y altura que lo contiene.

Calcula el número de unidades cuadradas que recubren el triángulo de la figura:

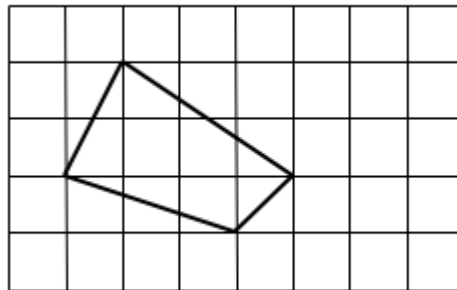


TAREA 2.2.10

Objetivos de la tarea:

- Trabajar la combinación de un procedimiento geométrico con uno numérico. El primero será utilizado con objeto de conseguir una figura de igual área que la dada, en la que el cálculo del número de unidades que recubren exactamente la superficie sea mucho más sencillo. El segundo será utilizado para determinar la medida del área.
- Trabajar el procedimiento geométrico de descomposición conveniente de la superficie.
- Trabajar el procedimiento numérico de iteración de una unidad de medida.
- Trabajar el área como números de unidades que recubren la superficie.
- Trabajar el área de un triángulo como la mitad del área del rectángulo de igual base y altura que lo contiene.

Calcula el área del cuadrilátero:



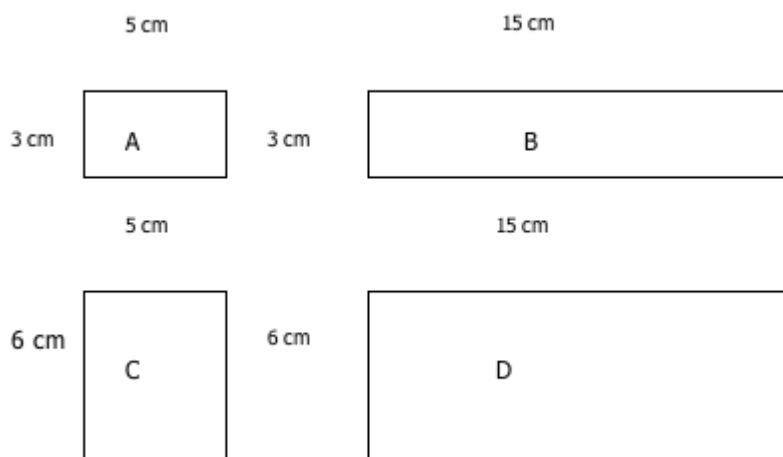
Extraída de Corberán (1996)

TAREA 2.3.1

Objetivos de la tarea:

- Familiarizar a los alumnos con la relación de la medida del área de una figura y las medidas de sus dimensiones, a partir de la iteración de una unidad de medida, que estará condicionada por la longitud de cada una de las dimensiones de la figura.
- Colaborar en romper la tendencia de los niños de emitir un juicio sobre el área de dos figuras, observando sólo una de sus dimensiones.
- Trabajar el área como números de unidades que recubren la superficie.

Observa las siguientes figuras:



- ¿Cuántas figuras A se necesitan para cubrir la figura B?
- ¿Cuántas figuras A se necesitan para cubrir la figura C?
- ¿Cuántas figuras A se necesitan para cubrir la figura D?
- ¿Cuántas figuras B se necesitan para cubrir la figura D?
- ¿Cuántas figuras C se necesitan para cubrir la figura D?
- ¿Cómo es el área de la figura B comparándola con la de la figura C?

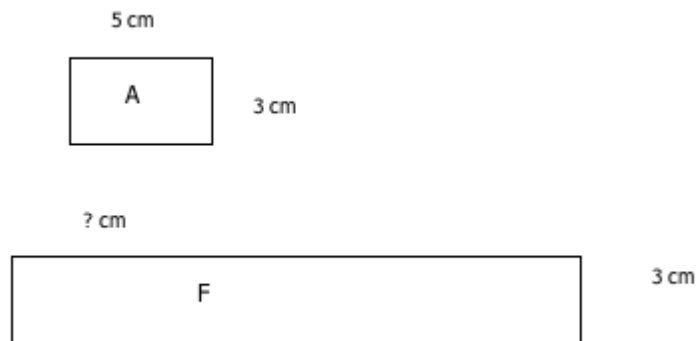
Extraída de Leutzing & Nelson (1980)

TAREA 2.3.2

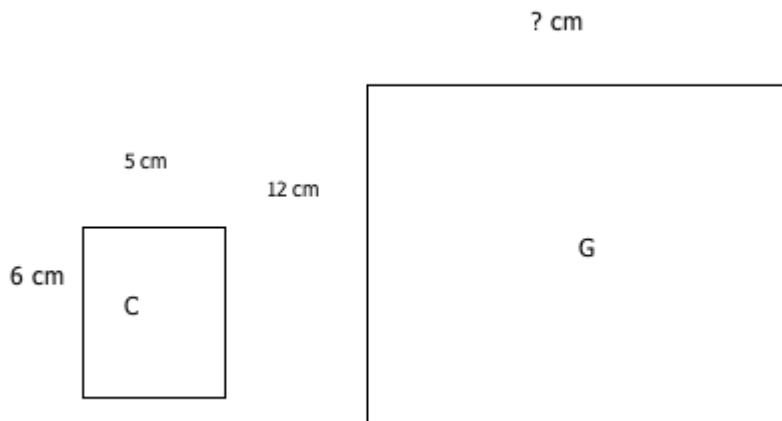
Objetivos de la tarea:

- Familiarizar a los alumnos con la relación de la medida del área de una figura y las medidas de sus dimensiones, a partir de la iteración de una unidad de medida, que estará condicionada por la longitud de cada una de las dimensiones de la figura.
- Trabajar el área como números de unidades que recubren la superficie.
- Colaborar en romper la tendencia de los niños de emitir un juicio sobre el área de dos figuras, observando sólo una de sus dimensiones.

a) La figura F tiene un área 4 veces la de la figura A, ¿cuál debería ser la longitud de F?



b) La figura G tiene un área 6 veces la de la figura C. ¿Cuál debería ser la longitud de la figura G?



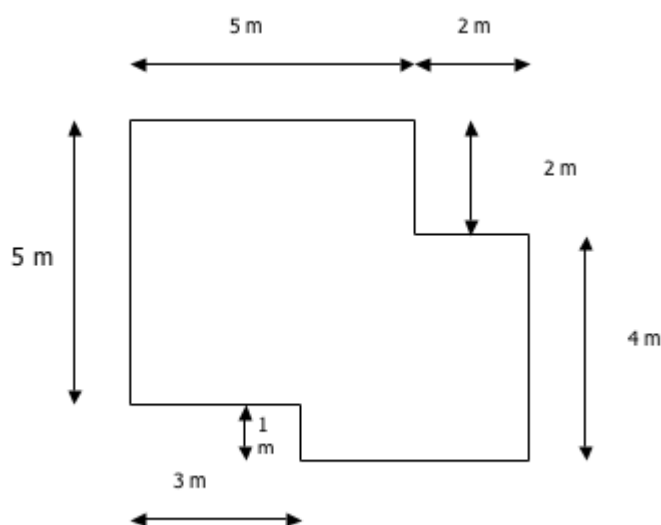
Extraída de Leutzinger & Nelson (1980)

TAREA 2.3.3

Objetivos de la tarea:

- Familiarizar a los alumnos con la relación de la medida del área de una figura y las medidas de sus dimensiones, a partir de la iteración de una unidad de medida, que estará condicionada por la longitud de cada una de las dimensiones de la figura.
- Trabajar el área como números de unidades que recubren la superficie.
- Trabajar el estudio de unidades de longitud.

Los padres de Hugo han decidido cambiar el suelo del comedor de su casa, y para ello han elegido unas baldosas de 50 cm x 50 cm. Si el siguiente dibujo representa las dimensiones del comedor de Hugo, ¿cuántas baldosas nuevas serán necesarias para cambiar el suelo?



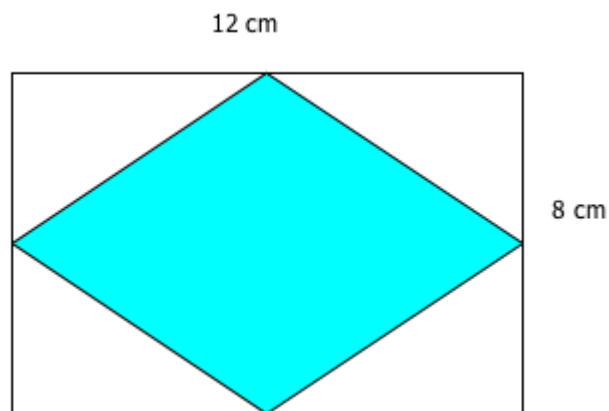
Adaptada de Hughes, Bell & Rogers (1975)

TAREA 2.3.4

Objetivos de la tarea:

- Trabajar la combinación de un procedimiento geométrico con uno numérico. El primero será utilizado con objeto de facilitar el cálculo del área. El segundo para determinar la medida del área.
- Trabajar el procedimiento geométrico de descomposición conveniente de la superficie.
- Trabajar el procedimiento numérico: uso de la fórmula para el cálculo del área del rectángulo, que requiere del uso de una unidad de medida unidimensional.
- Trabajar el área como producto de dos dimensiones lineales.

Calcula el área de la zona sombreada.



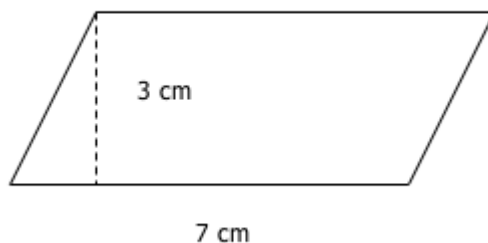
Extraída de Corberán (1996)

TAREA 2.3.5

Objetivos de la tarea:

- Trabajar la combinación de un procedimiento geométrico con uno numérico. El primero será utilizado con objeto de facilitar el cálculo del área. El segundo para determinar la medida del área.
- Trabajar el procedimiento geométrico de descomposición conveniente de la superficie con posterior reconfiguración por complementariedad de formas.
- Trabajar el procedimiento numérico: uso de la fórmula para el cálculo del área del rectángulo, que requiere del uso de una unidad de medida unidimensional.
- Trabajar el área como producto de dos dimensiones lineales.
- Trabajar el área del paralelogramo como el área del rectángulo de igual base y altura.

Transforma el paralelogramo siguiente en un rectángulo que tenga igual área. Calcula el área del paralelogramo.



TAREA 2.3.6

Objetivos de la tarea:

- Trabajar el procedimiento numérico: uso de la fórmula para el cálculo del área del rectángulo, que requiere del uso de una unidad de medida unidimensional.
- Trabajar el área como producto de dos dimensiones lineales.
- Trabajar la disociación del área de la forma de la superficie.
- Trabajar el área como producto de dos dimensiones lineales.
- Trabajar el área del perímetro: superficies de igual área, poseen diferentes perímetros.

Paco es jardinero, y ha recibido el encargo de diseñar junto a una casa un jardín de 24 m^2 . La condición que los dueños le han puesto es que debe tener forma rectangular.

a) Dibuja los diferentes jardines que puede diseñar Paco.

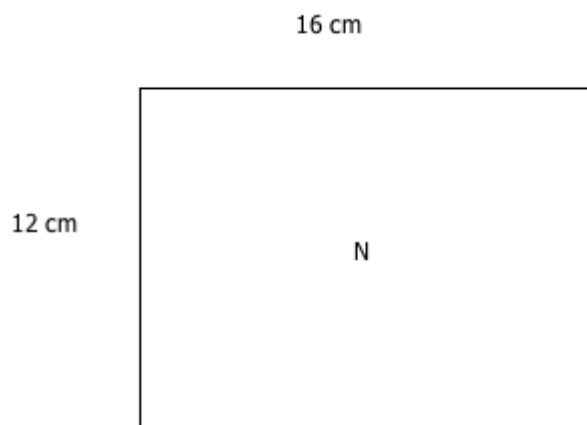
b) Si los dueños de la casa le informan a Paco que sólo disponen de 20 m de cerca, ¿cuál de los jardines diseñados es posible construir?

TAREA 2.3.7

Objetivos de la tarea:

- Familiarizar a los alumnos con la relación de la medida del área de una figura y las medidas de sus dimensiones, a partir de la iteración de una unidad de medida, que estará condicionada por la longitud de cada una de las dimensiones de la figura.
- Trabajar el área como números de unidades que recubren la superficie.
- Trabajar la disociación del área de la forma de la superficie.
- Trabajar la disociación del área del perímetro de la superficie.

Si se necesitan 4 formas rectangulares M, para cubrir N, ¿cuál debería ser la altura y anchura de la figura M?



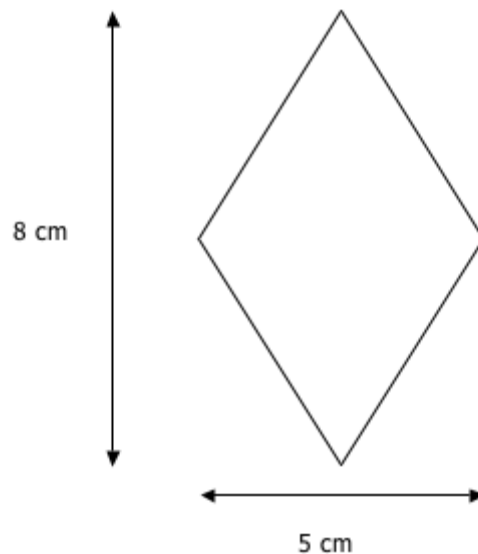
Extraída de Leutzinger & Nelson (1980)

TAREA 2.3.8

Objetivos de la tarea:

- Trabajar la combinación de un procedimiento geométrico con uno numérico. El primero será utilizado con objeto de facilitar el cálculo del área. El segundo para determinar la medida del área.
- Trabajar el procedimiento geométrico de descomposición conveniente de la superficie con posterior reconfiguración por complementariedad de formas.
- Trabajar el procedimiento numérico: uso de la fórmula para el cálculo del área del rectángulo, que requiere del uso de una unidad de medida unidimensional.
- Trabajar el área como producto de dos dimensiones lineales.
- Trabajar el área del rombo como el área de un rectángulo.

Transforma el rombo siguiente en un rectángulo que tenga igual área. Calcula el área rombo.

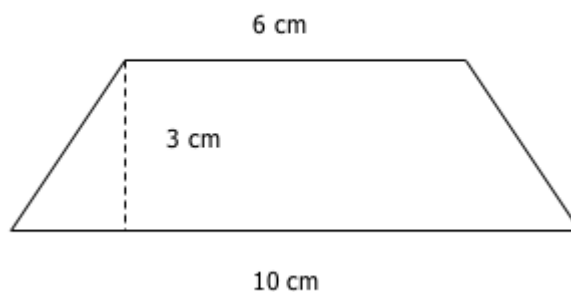


TAREA 2.3.9

Objetivos de la tarea:

- la combinación de un procedimiento geométrico con uno numérico. El primero será utilizado con objeto de facilitar el cálculo del área. El segundo para determinar la medida del área.
- Trabajar el procedimiento geométrico de descomposición conveniente de la superficie con posterior reconfiguración por complementariedad de formas.
- Trabajar el procedimiento numérico: uso de la fórmula para el cálculo del área del rectángulo, que requiere del uso de una unidad de medida unidimensional.
- Trabajar el área como producto de dos dimensiones lineales.
- Trabajar el área del trapecio como el área de un rectángulo.


Transforma el trapecio siguiente en un rectángulo que tenga igual área. Calcula el área trapecio.

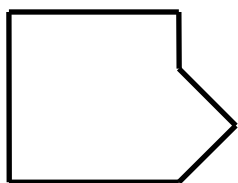


TAREA 3.1.1

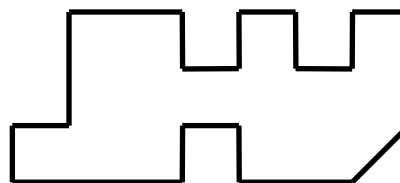
Objetivos de la tarea:

- Trabajar las propiedades de la unidad de medida bidimensional: carácter de no discretitud de la unidad y carácter de recubrimiento de la unidad de medida.
- Trabajar el procedimiento numérico de iteración de una unidad de medida.
- Trabajar el área como número de unidades que recubren la superficie.

Utiliza un cuadrado como el dado  para medir las áreas de las distintas figuras y determina el número de unidades cuadradas que están contenidas en cada una de ellas:



A



B



C

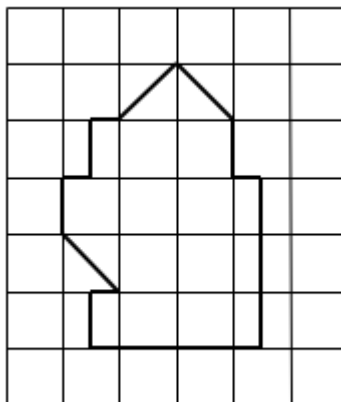
Nota.- Se proporcionará a los alumnos una fotocopia con la superficie, y varias piezas cuadradas como las indicadas, del material del que se disponga, para que el niño pueda recubrir la superficie con las unidades cuadradas.

TAREA 3.1.2

Objetivos de la tarea:

- Trabajar el procedimiento numérico de iteración de una unidad de medida y fracción de ésta.
- Trabajar las propiedades de la unidad de medida bidimensional: Carácter de recubrimiento de la unidad de medida y carácter de no discretitud de la unidad.
- Trabajar el área como números de unidades que recubren la superficie.

Determina el número de unidades cuadradas que están contenidas en la figura:

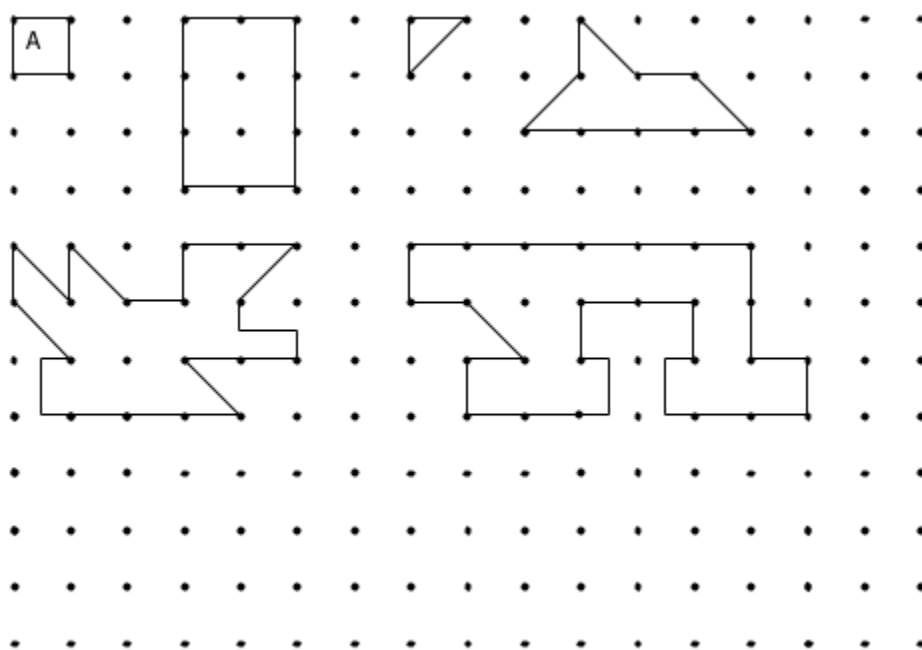


TAREA 3.1.3

Objetivos de la tarea:

- Trabajar el procedimiento numérico de descomposición de la figura en partes iguales.
- Trabajar las propiedades de la unidad de medida bidimensional: Carácter de recubrimiento de la unidad de medida y carácter de no discretitud de la unidad.
- Trabajar el área como números de unidades que recubren la superficie.

Calcula la medida del área de cada una de las siguientes superficies, utilizando como unidad de medida el cuadrado (A).



Extraída de Corberán (1996).

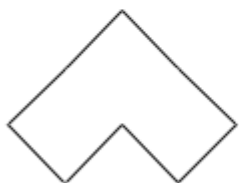
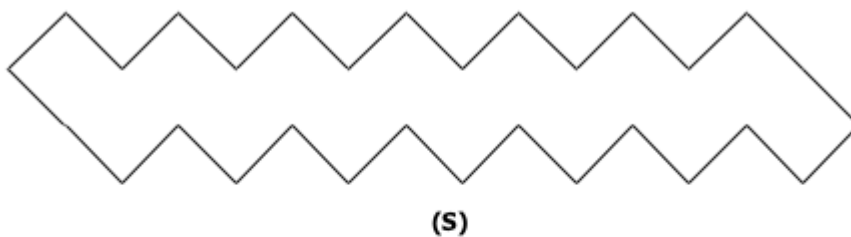
TAREA 3.2.1

Objetivos de la tarea:

- Trabajar la disociación del área del número que la mide.
- Trabajar el área como número de unidades que recubren la superficie.
- Trabajar las propiedades de la unidad de medida de área bidimensional:
 1. Carácter de recubrimiento de la unidad de medida;
 2. Relación inversa entre el número de unidades que recubren la superficie y el tamaño de la unidad;
 3. Carácter de no discretitud de la unidad.
- Trabajar procedimientos numéricos con uso de una unidad bidimensional.

a) Mide el área de la superficie (S), utilizando las unidades A, B, C y D. Completa la tabla siguiente:

	Medida del área de (S)
Unidad "A"	
Unidad "B"	
Unidad "C"	
Unidad "D"	



unidad A



unidad B



unidad C



unidad D

b) Completa la tabla:

	Unidades			
	A	B	C	D
Objeto geométrico				
A				
B				
C				
D				

Nota.- Los alumnos dispondrán de una fotocopia de la superficie (S) y un juego con varias unidades A, B, C y D, del material que se pueda disponer: cartulina, plástico, ...

Extraída de Peterson (1973)

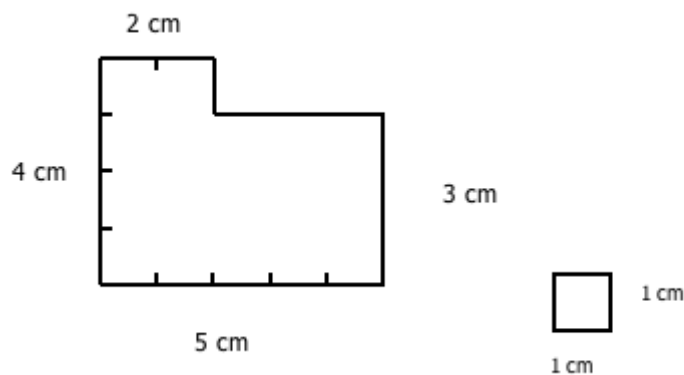
TAREA 3.2.2

Objetivos de la tarea:

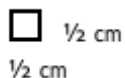
- Trabajar las propiedades de la unidad de medida de área bidimensional: i) Carácter de recubrimiento de la unidad de medida; ii) Relación inversa entre el número de unidades que recubren la superficie y el tamaño de la unidad.
- Trabajar la disociación del área del número que la mide.
- Trabajar el área como número de unidades que recubren la superficie.
- Trabajar procedimientos numéricos con uso de una unidad bidimensional.

Hugo debe realizar un mosaico para un trabajo del colegio. La superficie que debe recubrir es la que se muestra en la figura.

a) ¿Cuántas baldosas como la A, necesitaría para recubrir la superficie?



b) ¿Cuántas baldosas como la B, necesitaría para recubrir la superficie?



Si Hugo no tiene mucho tiempo para realizar el trabajo, ¿cuál de las dos baldosas elegirá para realizar el mosaico?

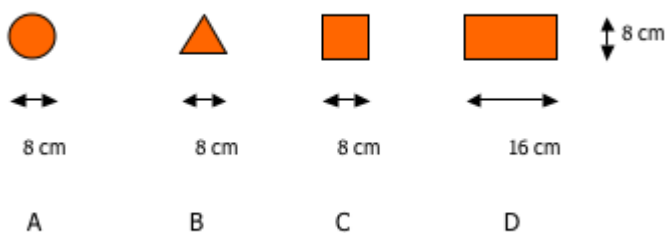
Adaptada de Corberán (1996)

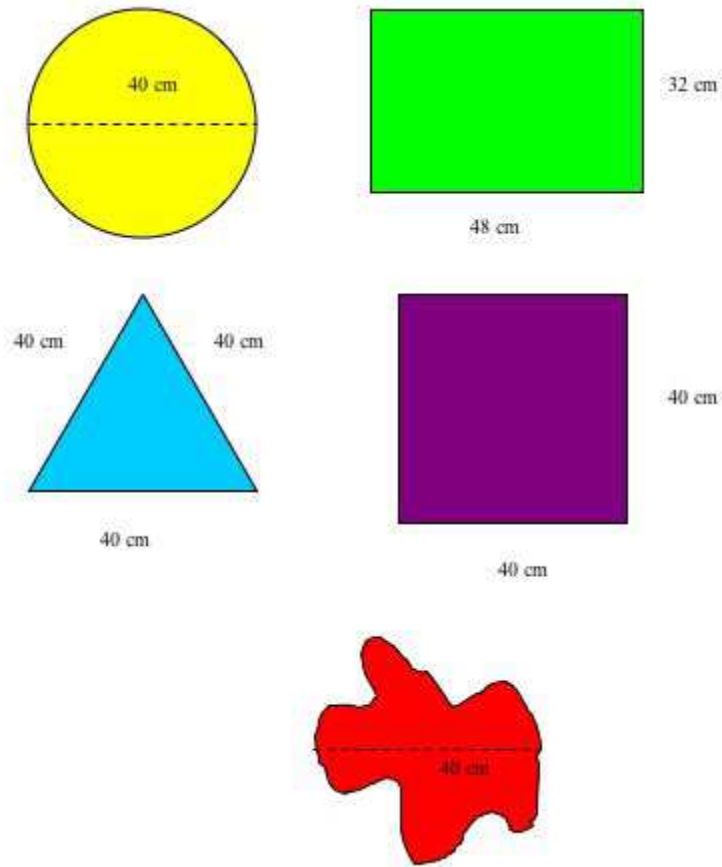
TAREA 3.3.1

Objetivos de la tarea:

- Trabajar las propiedades de la unidad de medida de área bidimensional: carácter de recubrimiento de la unidad de medida.
- Trabajar las características que debe poseer una buena unidad de medida: debe ser fácilmente reproducible, fácilmente divisible y no debe dejar huecos.
- Romper con la tendencia, muy extendida entre los estudiantes, de ligar la elección de las unidades de medida a la forma de la superficie, a partir del estudio de las características de una buena unidad de medida. Se irá trabajando, de ese modo, la elección racional de la unidad cuadrada.
- Trabajar el área como número de unidades que recubren la superficie.
- Trabajar procedimientos numéricos con uso de una unidad bidimensional.

¿Cuántas formas (unidades) como la A, B, C y D, son necesarias para cubrir de la mejor manera cada una de las figuras, que aparecen a continuación?





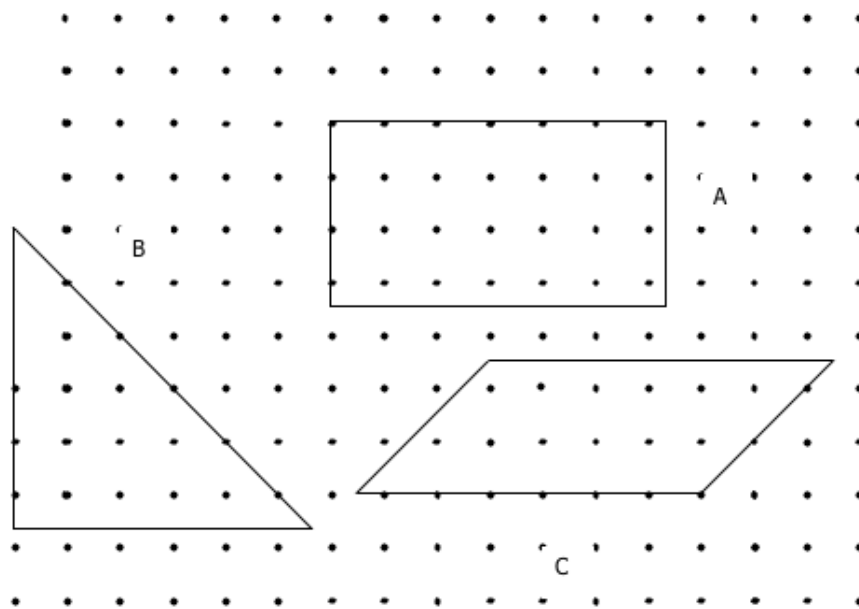
Nota.- A los alumnos se les proporcionará cada una figura en una hoja diferente, así como un juego con las diferentes formas, A, B, C y D, con el fin de que las reproduzcan sobre la figura conforme las van iterando.

TAREA 3.3.2

Objetivos de la tarea:

- Trabajar las propiedades de la unidad de medida de área bidimensional: carácter de recubrimiento y de no discretitud de la unidad de medida.
- Trabajar las características que debe poseer una buena unidad de medida: debe ser fácilmente reproducible, fácilmente divisible y no debe dejar huecos.
- Romper con la tendencia, muy extendida entre los estudiantes, de ligar la elección de las unidades de medida a la forma de la superficie, a partir del estudio de las características de una buena unidad de medida. Se irá trabajando, de ese modo, la elección racional de la unidad cuadrada.
- Trabajar el área como número de unidades que recubren la superficie.
- Trabajar procedimientos numéricos con uso de una unidad bidimensional.
- Trabajar el área como número de unidades que recubren la superficie.
- Trabajar procedimientos numéricos con uso de una unidad bidimensional.

Calcula el área de las superficies (A), (B) y (C), utilizando para ello y en cada caso la unidad que consideres más apropiada de las dadas (1), (2) y (3).



1



2



3

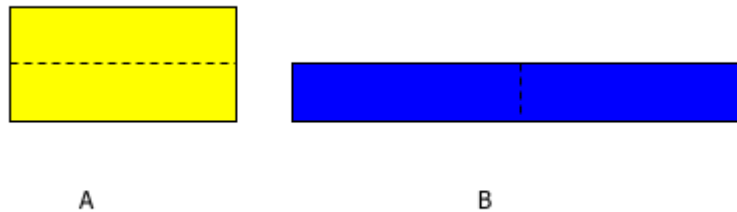
TAREA 4.1.1

Objetivos de la tarea:

- Trabajar el hecho de que superficies de igual área poseen diferente perímetro.
- Trabajar la conservación de área.
- Trabajar el área como cantidad de plano ocupado por la superficie.
- Trabajar la disociación del área de la forma de la superficie.
- Trabajar el procedimiento geométrico de recorte y pegado.

La superficie B es el resultado de la recomposición de las partes en las que se ha descompuesto la superficie A, tal y como se indica en la figura.

- a) ¿Poseen la misma área?
b) ¿Poseen el mismo perímetro?

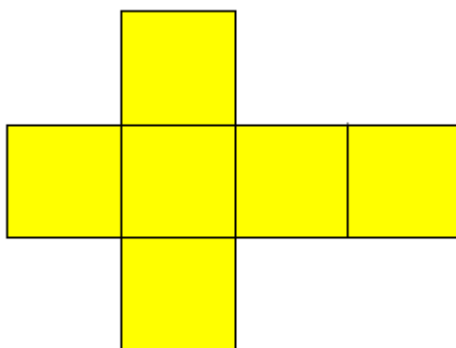


TAREA 4.1.2

Objetivos de la tarea:

- Trabajar el hecho de que superficies de igual área poseen diferente perímetro.
- Trabajar la conservación de área.
- Trabajar el área como número de unidades que recubren exactamente la superficie.
- Trabajar la disociación del área de la forma de la superficie.
- Trabajar el procedimiento geométrico de recorte y pegado.

Como sabes las seis caras de un cubo son cuadrados. A continuación se muestra uno de los posibles desarrollos planos del cubo y la superficie que éste define.



- Realiza todos los desarrollos del cubo que puedas hacer y dibuja las superficies correspondientes.
- Determina el número de cuadrados del tamaño de la cara del cubo que están contenidos en cada una de tus superficies.
- Considerando la longitud del lado del cuadrado (longitud de la arista del cubo), calcula el perímetro de cada una de estas superficies.
- Compara el área y el perímetro de las superficies obtenidas como resultado de posibles desarrollos planos del cubo. ¿Qué observas?.

TAREA 4.1.3

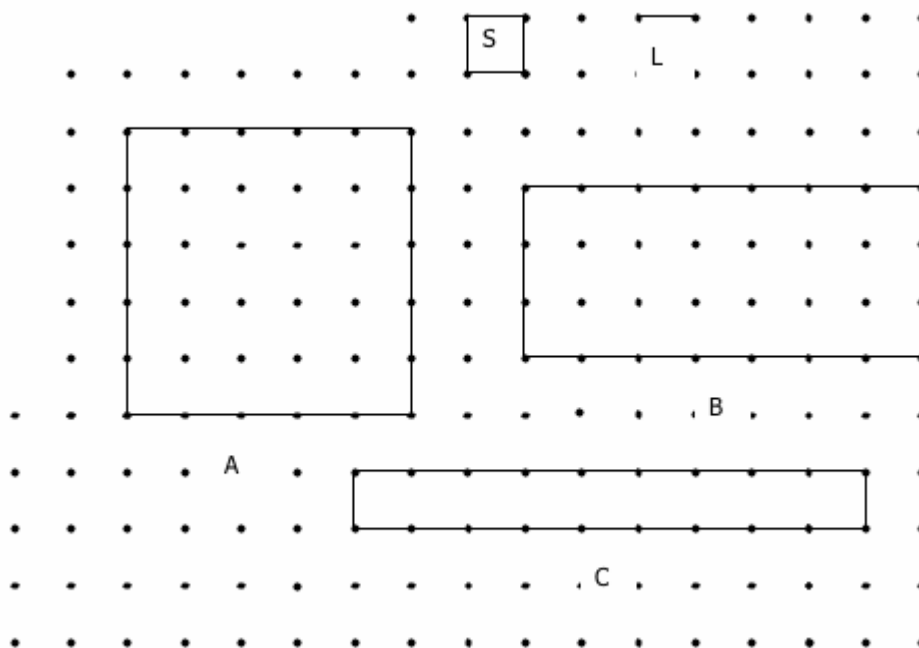
Objetivos de la tarea:

- Trabajar el hecho de que superficies de igual perímetro poseen diferente área.
- Trabajar el área como número de unidades que recubren exactamente la superficie.
- Trabajar el procedimiento numérico de descomposición de la figura en partes iguales.

Completa la tabla siguiente:

	Medida del área	Medida del perímetro
Figura A		
Figura B		
Figura C		

Toma como unidad de área el cuadrado (S), y como unidad de longitud (L)

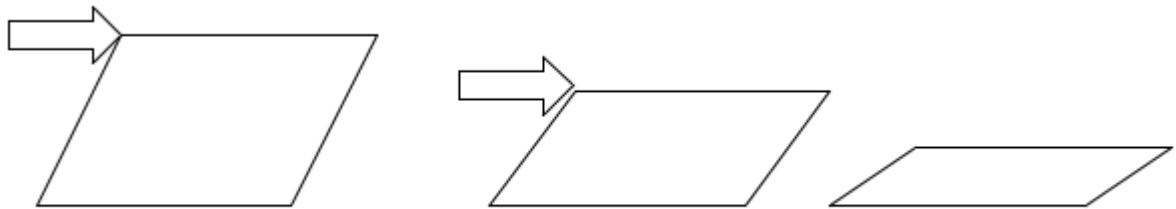


TAREA 4.1.4

Objetivos de la tarea:

- Trabajar el hecho de que la transformación de la superficie a partir de la presión sobre uno de los vértices, conserva el perímetro y no el área.
- Trabajar el área como cantidad de plano contenido en la superficie.

Construye un paralelogramo articulado con cuatro piezas, para ello puedes utilizar las varillas de un mecano, o simplemente tiras de papel o cartulina. Presiona sobre uno de los vértices, como podrás comprobar se obtiene un nuevo paralelogramo. Si sigues presionando vas obteniendo otros paralelogramos, como se muestra en la figura. ¿Tienen el mismo perímetro estos paralelogramos? ¿Tienen la misma área?

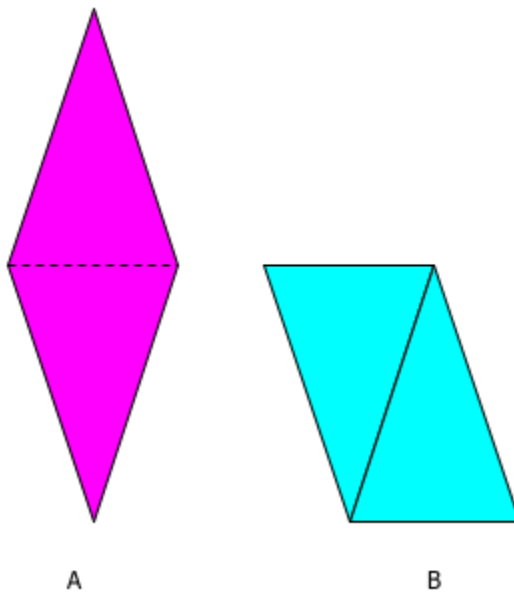


TAREA 4.1.5

Objetivos de la tarea:

- Trabajar el hecho de que la transformación de la superficie por recorte y pegado de los trozos, conserva el área pero no el perímetro.
- Trabajar el área como cantidad de plano contenido en la superficie.
- Trabajar la conservación del área.
- Trabajar el procedimiento geométrico de recorte y pegado.

Observa el rombo de la figura. Éste ha sido roto en dos piezas para dar lugar a una nueva figura, un paralelogramo. ¿Tienen la misma área? ¿Tienen el mismo perímetro?

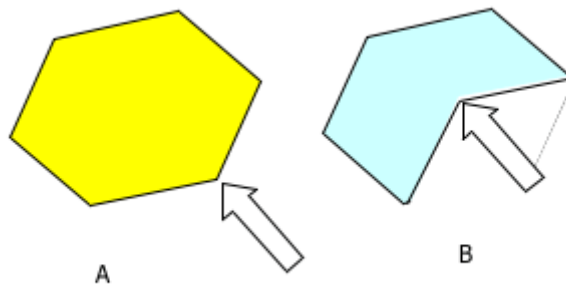


TAREA 4.1.6

Objetivos de la tarea:

- Trabajar el hecho de que la transformación de la superficie a partir de la presión sobre uno de los vértices, conserva el perímetro y no el área.
- Trabajar el área como cantidad de plano contenido en la superficie.

El hexágono (B) se ha obtenido presionando hacia dentro uno de los vértices del hexágono (A), ¿Tienen la misma área? ¿Tienen el mismo perímetro?



TAREA 4.1.7

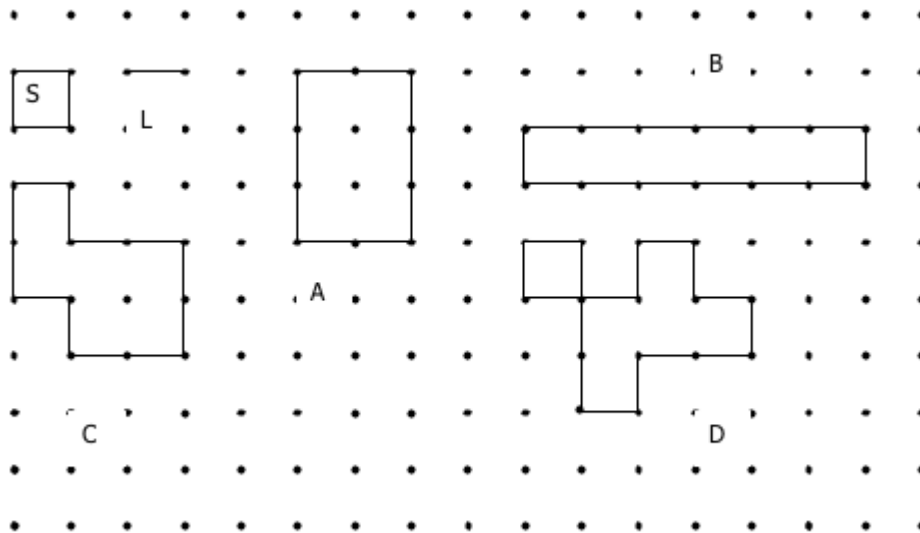
Objetivos de la tarea:

- Trabajar el hecho de que la transformación de la superficie por recorte y pegado de los trozos, conserva el área pero no el perímetro.
- Trabajar el área como cantidad de plano contenido en la superficie.
- Trabajar la conservación del área.
- Trabajar el procedimiento geométrico de recorte y pegado.

Completa la tabla siguiente:

	Medida del área	Medida del perímetro
Figura A		
Figura B		
Figura C		
Figura D		

Toma como unidad de área el cuadrado (S), y como unidad de longitud (L).



BIBLIOGRAFÍA

La bibliografía que aquí se relaciona se refiere a aquellos trabajos de los que se ha extraído de forma literal o adaptada alguna de las tareas que se proponen en esta página web

CASTELNUOVO, E. (1981): *La Matemática. La Geometría* . Ketres, Barcelona.

CORBERÁN, R., HUERTA, P., MARGARIT, J., PEÑAS, A. y RUIZ, E. (1989): *Didáctica de la geometría: modelo de Van Hiele* . Universitat de València, Valencia.

CORBERÁN, R. M. (1996): *Análisis del concepto de área de superficies planas. Estudio de su comprensión por los estudiantes desde primaria a la Universidad. Tesis de Doctorado. Universidad de Valencia.*

HOFFER, A. R. (1979): *Geometry. A Model of the Universe* . Addison Wesley, London.

HORAK, V. M. & HORAK, W. J. (1982): Let's do it. Making measurement meaningful. *Arithmetic Teacher* , vol. 30, pp. 18-23.

HUGHES, E. R., BELL, D. & ROGERS, J. (1975): *Area, weight and volume-monitoring and encouraging children's conceptual development* . Schools Council Published by Nelson and son, Londres.

HUGHES, E. R. (1979): *Conceptual powers of children: an approach through Mathematics and Science* . Macmillan Education, London.

LEUTZINGER, L. P. & NELSON, G. (1980): Meaningful Measurements. *Arithmetic Teacher* , vol. 27, pp. 6-11.

MUSSER, G. L. & BURGER, W. F. (1988): *Mathematics for elementary teachers a contemporary approach* . Macmillan, New York.

PADILLA, V. (1990): Les figures aident-elles à voir en geometrie?, en Duval, R., ed. (1990), *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives* . IREM, Strasbourg, vol. 3, pp. 223-252.

PETERSON, J. C. (1973): Informal Geometry in grades 7-14, in NCTM (1973), *Geometry in the Mathematics Curriculum* . Thirty-sixth Yearbook. NCTM: Reston, VA, pp. 52-91.

READ, R. D. (1965): *Tangrams. 330 Puzzles* . Dover Publications, Inc., New York.

S.M.P. 11-16 (1985): *Area 2* . Cambridge University Press. Cambridge.